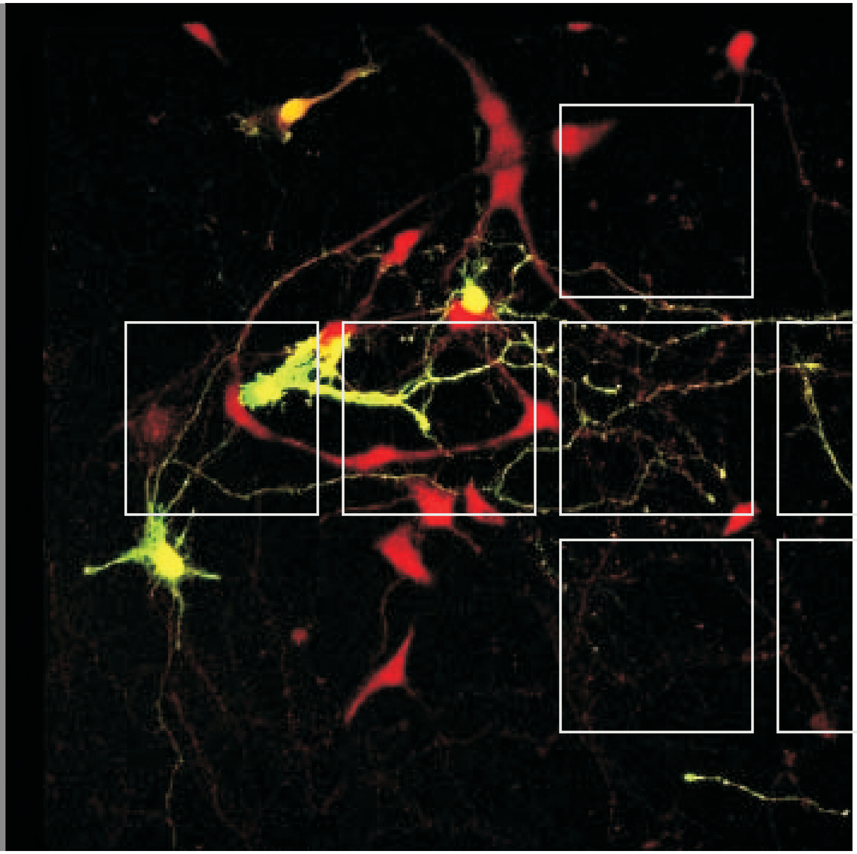
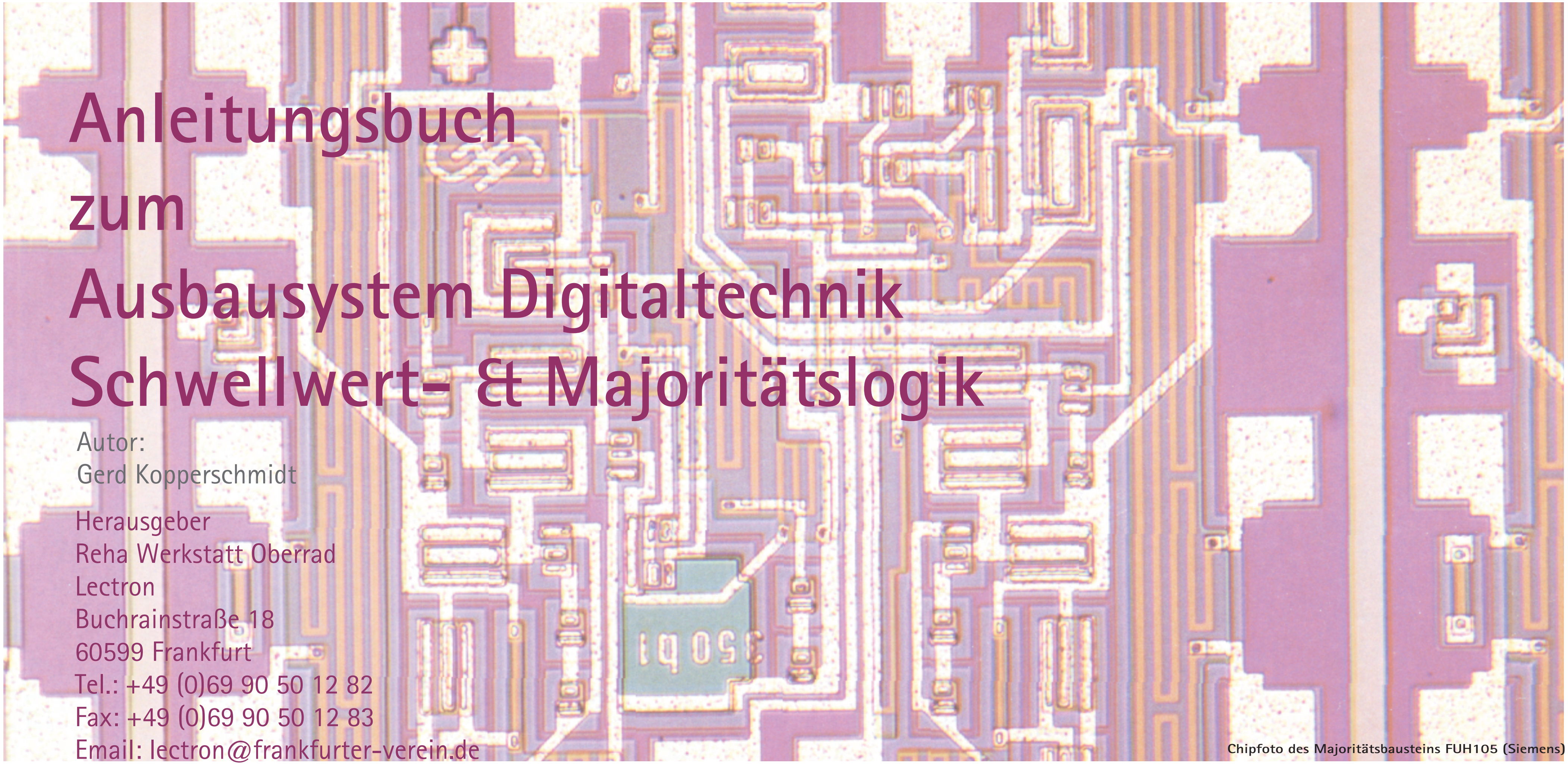


Schwellwert + Majoritätslogik Versuche

Lectron

Lectron



Anleitungsbuch zum Ausbausystem Digitaltechnik Schwellwert- & Majoritätslogik

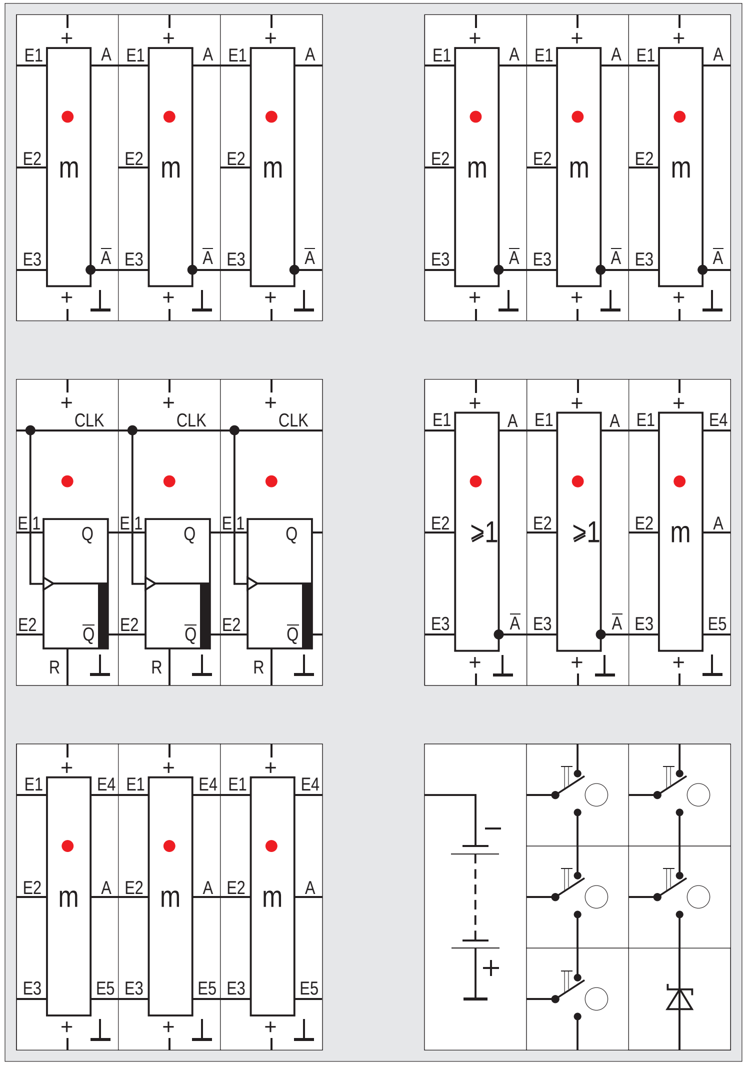
Autor:
Gerd Kopperschmidt

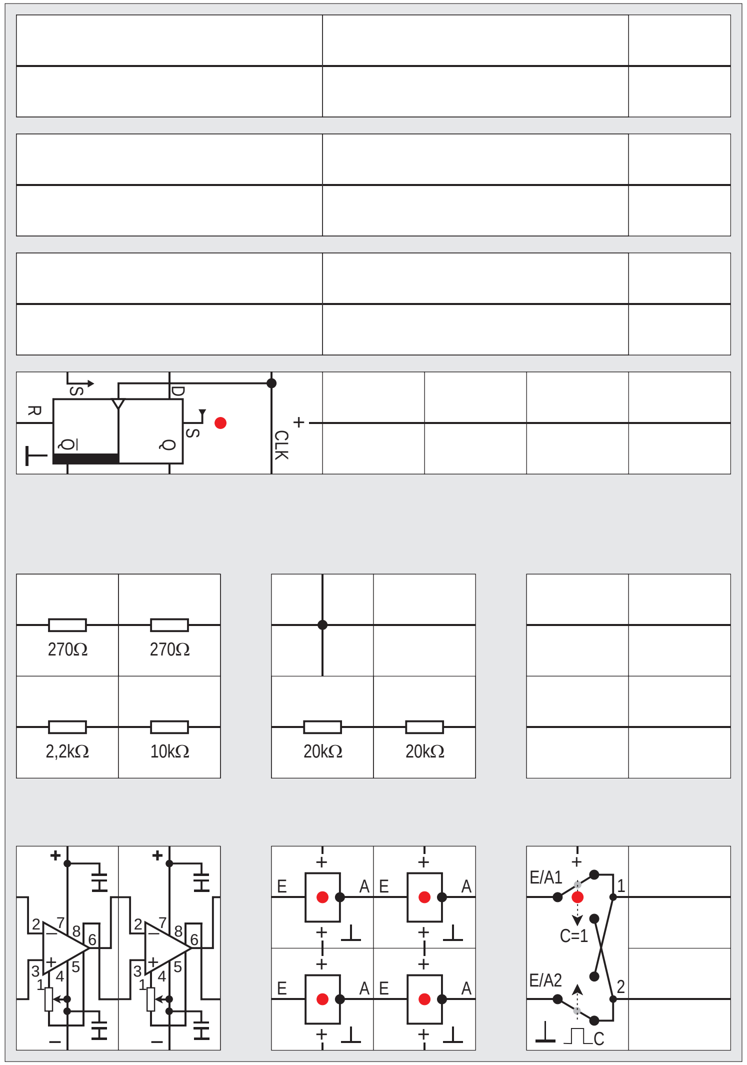
Herausgeber
Reha Werkstatt Oberrad
Lectron
Buchrainstraße 18
60599 Frankfurt
Tel.: +49 (0)69 90 50 12 82
Fax: +49 (0)69 90 50 12 83
Email: lectron@frankfurter-verein.de
www.lectron.de

Chipfoto des Majoritätsbausteins FUH105 (Siemens)

Bauteile

Lectron





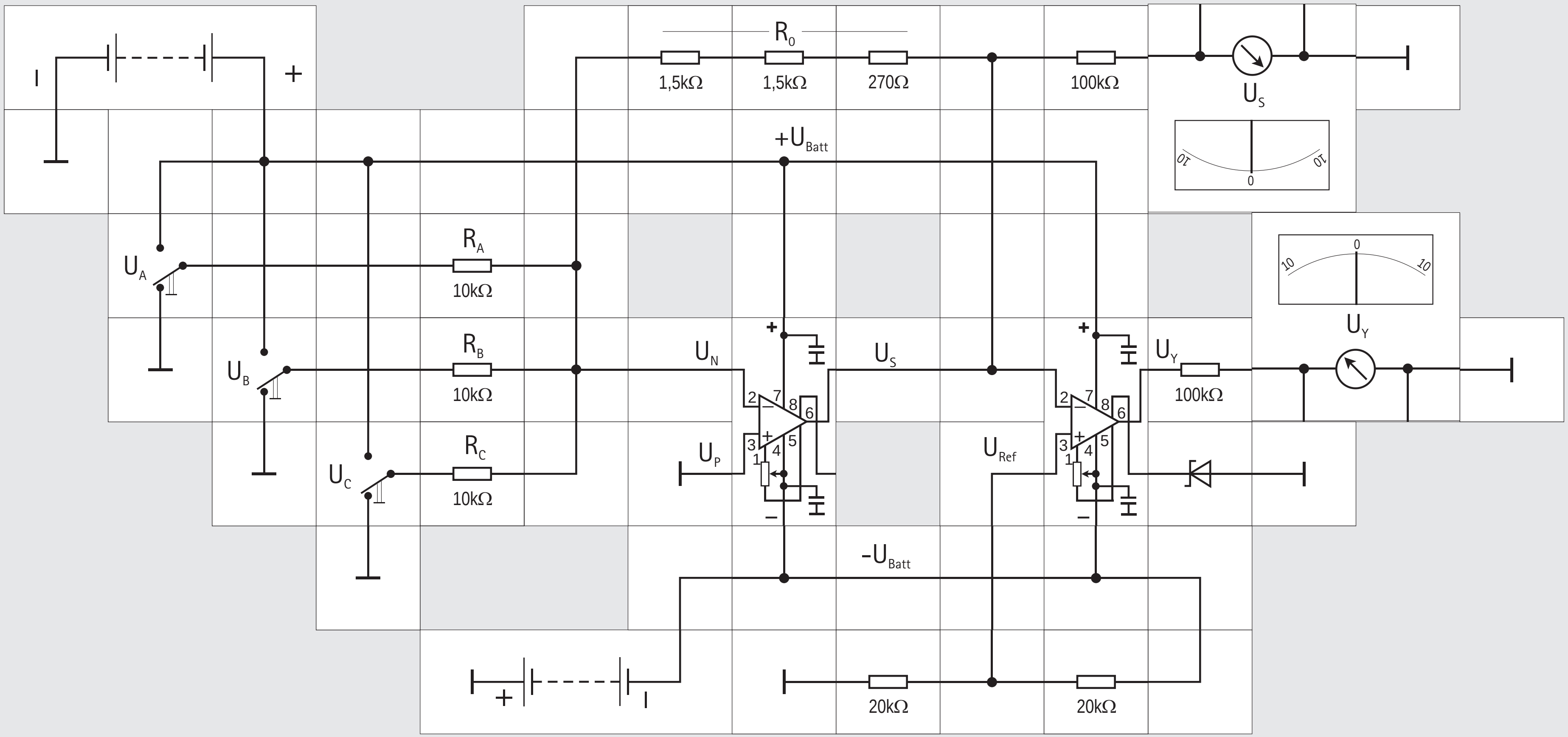
Verzeichnis der Versuche

Experimentierkasten Schwellwert- und Majoritätslogik

Dieser LECTRON Experimentierkasten baut thematisch auf dem LECTRON »Start- und Ausbausystem«. sowie auf »Digitaltechnik« auf. Wünschenswert sind Kenntnisse über die Arbeitsweise des Operationsverstärkers, jedoch nicht unbedingt erforderlich; dieses wichtige Bauteil der Elektronik wird so weit vorgestellt wie es zum Verständnis der grundlegenden Versuche für die Schwellwertlogik nötig ist.
Wer dagegen mehr über Aufbau und Funktion des Operationsverstärkers wissen möchte, dem sei der gleichnamige LECTRON Ausbaukasten empfohlen. In über 80 Experimenten vom einfachen Differenzverstärker bis zum Aufbau eines Funktionsgenerators bietet dieser Kasten Beispiele für den Einsatz des Operationsverstärkers.

Schwellwertlogik

Der Entwurf von Logik - Schaltungen wird im allgemeinen mit NAND- und NOR- Bausteinen durchgeführt. Die Ein- und Ausgangssignale dieser Bausteine sind zweiwertig, d.h. sie können die zwei Zustände 0 und 1 (oder L und H) einnehmen. Das Ausgangssignal ergibt sich dabei aus den schaltalgebraischen Verknüpfungen der Eingangssignale. Sein Wert beruht auf der Kenntnis, welches 1 - Signal an welchem Eingang liegt. Der Zusammenhang zwischen dem Ausgangssignal und den Eingangssignalen wird im allgemeinen durch eine Funktionstabelle, auch Wertetabelle oder Wahrheitstafel genannt, angegeben.
Nun gibt es in der Praxis eine Reihe von Aufgabenstellungen, bei denen das Ausgangssignal davon abhängig sein soll, wie viele 1 - Signale an den Eingängen, die verschieden bewertet sein können, gleichzeitig auftreten. Die Zuordnung eines Signals zu einem bestimmten Eingang ist dabei unwichtig, wichtig ist für das Ausgangssignal nur ihre Anzahl und ihre Gewichtung.
Aufgaben dieser Art kommen vor allem bei Mustererkennungen in der statistischen Informationsverarbeitung vor und können mit den Elementen der SCHWELLWERTLOGIK eleganter gelöst werden als mit der konventionellen Schaltalgebra. Ein Schwellwertbaustein bildet dazu die algebraische Summe der Eingangssignale unter Berücksichtigung ihrer Gewichtung und bewertet sie anschließend mit einem vorher festgelegtem Schwellwert (engl. threshold). Wird die Schwelle erreicht oder überschritten, liefert der Baustein ein 1 - Signal, andernfalls gibt er ein 0 - Signal ab. Wir wollen uns das im ersten Versuch an einem einfachen Beispiel klar machen.


R0
1,5kΩ
1,5kΩ
270Ω
100kΩ
US
+UBatt
RA
10kΩ
RB
10kΩ
RC
10kΩ
UA
UB
UC
UN
UP
US
URef
UY
100kΩ
UY
-UBatt
20kΩ
20kΩ

Versuch 1

Schwellwertbaustein mit Umkehraddierer

Unser erster Versuchsaufbau ist ein Schwellwertbaustein mit drei Eingängen, an die unabhängig voneinander über die drei Umschalter entweder 0 V (logisch 0) oder Versorgungsspannung 9 V (logisch 1) gelegt werden kann. Der Ausgang soll immer dann ein 1 - Signal abgeben, wenn mindestens zwei Eingänge 1 - Signal führen.

Da die Schwellwertlogik ein Mittelding zwischen Analog- und Digitaltechnik ist, eignen sich Analogbauelemente, wie der Operationsverstärker, gut zum Aufbau von Schaltungen, die unser Problem lösen.

Der Operationsverstärker ist ein Bauelement mit zwei Eingängen, dem P oder + Eingang, und dem N oder - Eingang und einem Ausgang. Er verstärkt die Differenz zwischen P - und N - Potential mit einer sehr hohen Verstärkung (typisch 10^5), so dass seine Ausgangsspannung ohne äußere Beschaltung, wie z. B. eine Gegenkopplung, entweder in der positiven oder der negativen Sättigung liegt. Seine Eingänge sind äußerst hochohmig ($10^{12}\ \Omega$), es fließt daher praktisch kein Eingangsstrom. Normalerweise wird er mit zwei gleich großen, polaritätsmäßig entgegengesetzten Versorgungsspannungen $\pm U_{Batt}$ betrieben, sein Ausgangssignal liegt potentialmäßig innerhalb dieses Bereichs $\pm U_{Batt}$.

Im Versuchsaufbau legen wir seinen P - Eingang fest an Masse. Wegen der hohen Differenzverstärkung des Operationsverstärkers stellt sich die Ausgangsspannung U_S so ein, dass über die Gegenkopplung $U_N = U_P = 0$ V wird. Die Übertragungsfunktion erhalten wir, indem wir die Knotenregel auf den N - Eingang anwenden und dabei beachten, dass kein Eingangsstrom fließt; es ist:

$$U_A / R_A + U_B / R_B + U_C / R_C + U_S / R_0 = 0$$

$$U_S = - R_0 \cdot (U_A / R_A + U_B / R_B + U_C / R_C)$$

Das Ausgangssignal U_S ist also die negative Summe der drei mit den Widerstandsverhältnissen gewichteten Eingangssignale. Machen wir

$$R_A = R_B = R_C = 3 \cdot R_0 = 10\ k\Omega,$$

so erhalten wir abhängig von den Stellungen der drei Schalter $U_S = 0$ V, -3 V, -6 V oder - 9 V.

Diese Potentiale können wir nun mit einem festen Referenzwert, beispielsweise $U_{Ref} = -4{,}5$ V vergleichen, was ein weiterer als Komparator geschalteter Operationsverstärker durchführt. Hierzu geben wir U_S auf seinen N - Eingang, sein P - Eingang erhält U_{Ref} aus einem einfachen Spannungsteiler, der zwischen Masse und $-U_{Batt}$ geschaltet ist.

Für $U_S < U_{Ref}$ wird die Ausgangsspannung U_Y des Komparators nahezu $+ U_{Batt}$, für $U_S > U_{REF}$ würde der Komparator $U_Y \approx -U_{Batt}$ abgeben, wir möchten aber nur ein Potential nahe 0 V haben. Der Komparator hat mit Stift 8 einen sogenannten STROBE - Eingang über den wir das negative (und auch das positive) Ausgangspotential begrenzen können. Verbinden wir Stift 8 über eine Diode mit kleiner Flussspannung U_F, zum Beispiel eine Schottky - Diode, mit Masse, so sorgt diese Diode dafür, dass statt der -9V nur circa -0,5 V, also fast das gewünschte Massepotential abgegeben wird.

Unser Problem ist nun gelöst: Liegen mindestens zwei der Eingangssignale U_A, U_B, U_C an logisch 1, gibt die Schaltung als U_Y ebenfalls logisch 1, andernfalls logisch 0 ab. Es ist dabei unwesentlich, welche Signale das sind. Die Instrumente zeigen sowohl U_S als auch U_Y an. Die Schaltung bildet somit die Funktion

$$Y = (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C),$$

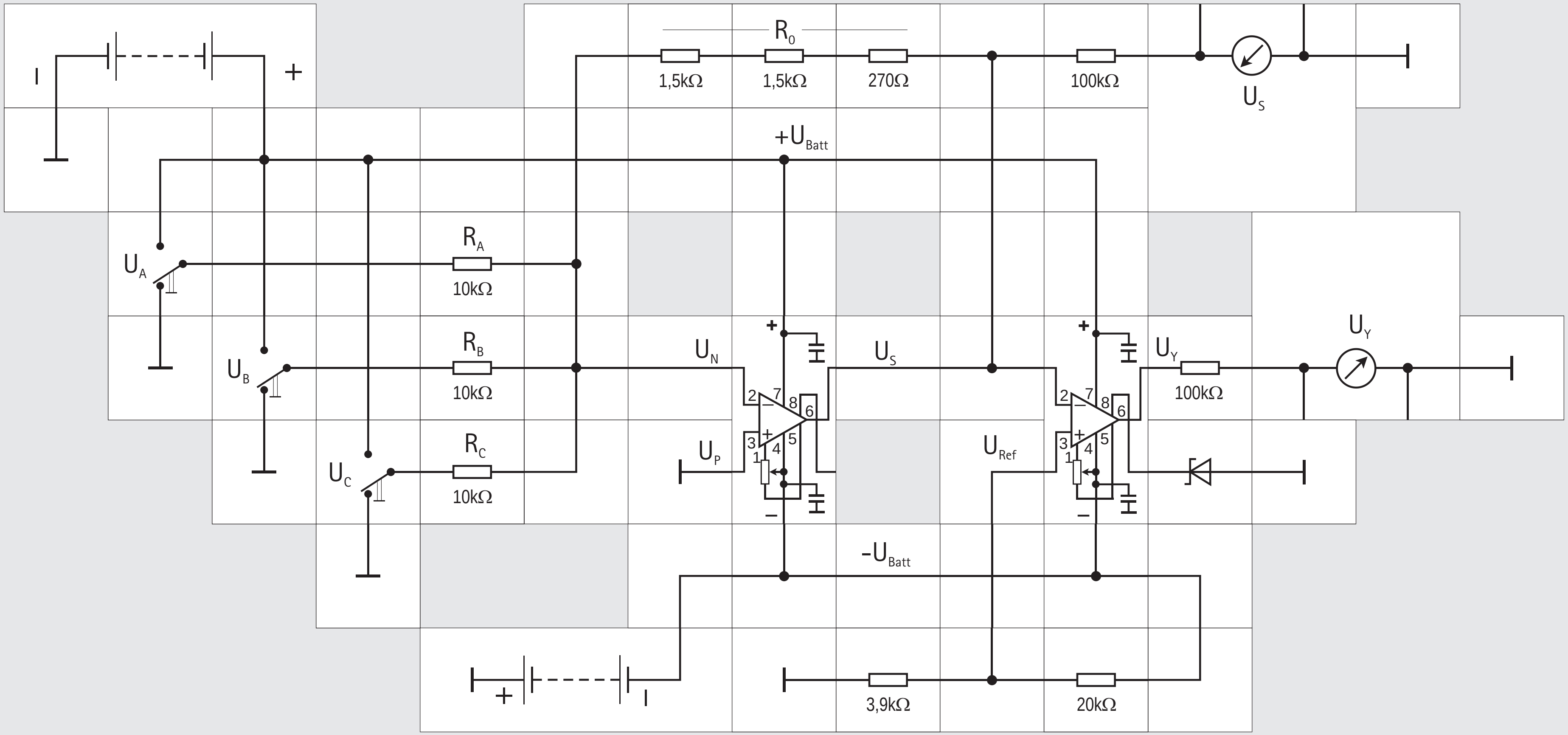
was als Ausdruck in der Schwellwertlogik

$$Y = \langle A + B + C \rangle_2$$

geschrieben wird. Diese Funktion nennt man auch MAJORITÄTSFUNKTION $Y = m(A, B, C)$, oder $Y = A\#B\#C$. weil sie den logischen Zustand der Majorität, also der Mehrheit der Eingangssignale, anzeigt. Wir wer-

Versuch

02



+
R0
1,5kΩ
1,5kΩ
270Ω
100kΩ
US
+UBatt
RA
UA
10kΩ
RB
UB
10kΩ
RC
UC
10kΩ
UN
UP
US
URef
UY
100kΩ
UY
-UBatt
+
3,9kΩ
20kΩ

Versuch 2

UND – Verknüpfung

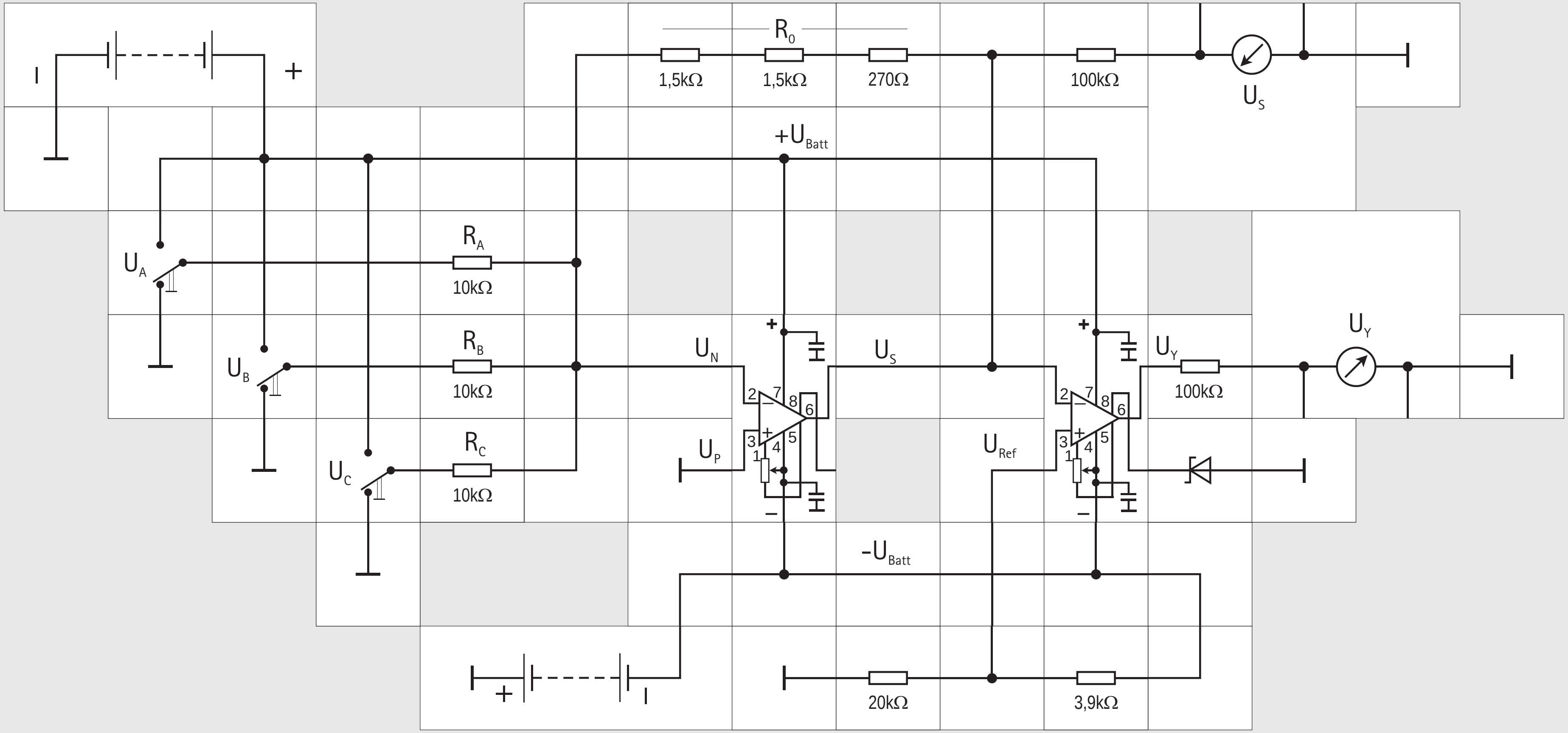
Wir wollen nun unseren ersten Versuchsaufbau geringfügig verändern, indem wir die Schwelle des Komparators von U_{Ref} = -4,5 V auf ungefähr - 7,5 V verschieben. Dazu tauschen wir im Spannungsteiler des Komparators den 20 kΩ gegen einen 3,9 kΩ Widerstand aus. Der Schwellwertbaustein führt jetzt die Verknüpfung

$$Y = \langle A + B + C \rangle_3$$

aus, was nichts anderes bedeutet, dass alle drei Eingangsvariablen logisch 1 sein müssen, damit der Ausgang Y ebenfalls logisch 1 wird. In »normaler« Schreibweise der Schaltalgebra heißt das

$$Y = A \wedge B \wedge C$$

und ist nicht anderes als eine UND - Verknüpfung.


R0
1,5kΩ
1,5kΩ
270Ω
100kΩ
US
+UBatt
RA
10kΩ
UA
RB
10kΩ
UB
RC
10kΩ
UC
UN
UP
US
URef
UY
100kΩ
UY
-UBatt
20kΩ
3,9kΩ

Versuch 3

ODER - Verknüpfung

Tauschen wir nun im Spannungsteiler des Komparators den 20 kΩ und den 3,9 kΩ Widerstand gegeneinander aus, verschiebt sich U_{Ref} von - 7,5 V auf ungefähr -1,5 V und es reicht bereits, eine Eingangsvariable mit dem Umschalter auf logisch 1 zu legen, damit der Ausgang Y ebenfalls logisch 1 wird. Wir haben damit die Schwellwertfunktion

$$Y = \langle A + B + C \rangle_1$$

realisiert, oder anders geschrieben:

$$Y = A \vee B \vee C,$$

was uns bereits als ODER- Verknüpfung bekannt sein dürfte.

Weitere Schwellenverschiebungen bringen nichts Neues mehr, so dass wir unsere Erkenntnisse zusammen fassen wollen:

Ein einfacher Schwellwertbaustein mit drei gleichgewichteten Eingängen kann durch einfaches Verschieben der Bewertungsschwelle die folgenden drei Funktionen ausführen:

$$Y = \langle A + B + C \rangle_1 \qquad Y = A \vee B \vee C$$

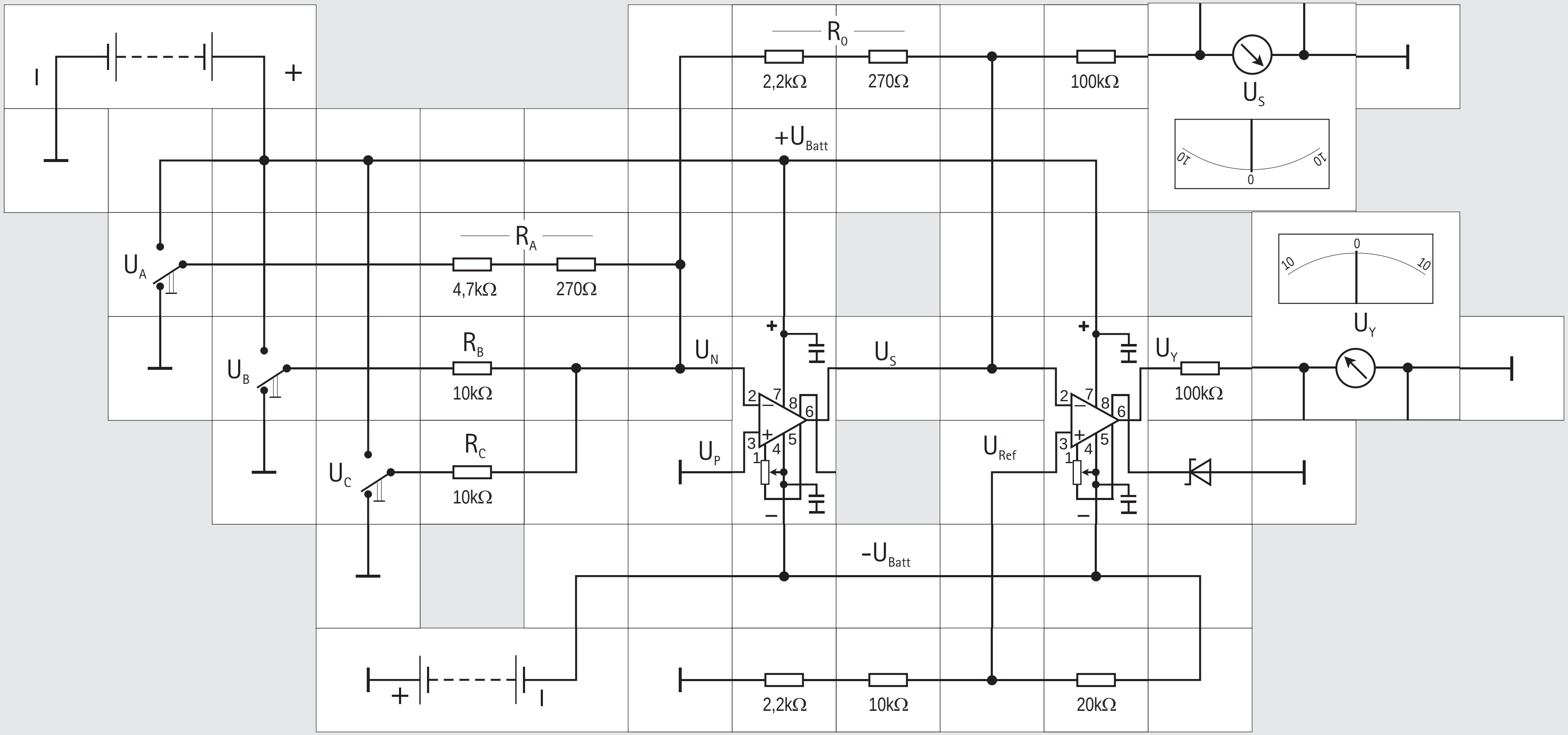
$$Y = \langle A + B + C \rangle_2 \qquad Y = (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$$

$$Y = \langle A + B + C \rangle_3 \qquad Y = A \wedge B \wedge C$$

wobei die zweite Funktion, die Majoritätsfunktion, bereits etwas komplexer ist und mit normalen UND und ODER - Verknüpfungsbausteinen aufgebaut, bereits vier Bausteine benötigt. In der Literatur findet man für die Majoritätsfunktion aus drei Eingangsvariablen die folgenden Schreibweisen

$$Y = A \# B \# C.$$

$$Y = m(A,B,C),$$


R0
2,2kΩ
270Ω
100kΩ
US
+UBatt
RA
UA
4,7kΩ
270Ω
UY
UB
RB
10kΩ
UN
US
UY
100kΩ
UC
RC
10kΩ
UP
URef
-UBatt
2,2kΩ
10kΩ
20kΩ

Versuch 4

Schwellwertbaustein mit doppelt gewichtetem Eingang

Wenn die Verschiebung der Referenzspannung U_{Ref} und damit die Veränderung der Bewertungsschwelle nichts Neues mehr für uns bietet, so können wir doch noch eine Veränderung in der Schaltung des Versuchs 1 vornehmen; und zwar geben wir einer Eingangsvariablen, beispielsweise A, das doppelte Gewicht. Wir erreichen das, indem wir U_A statt über den Eingangswiderstand von 10 kΩ nur über einen halb so großen, nämlich einen 5 kΩ (≈4,7 kΩ + 270 Ω)Widerstand zuführen. R_0, und damit die Verstärkung, passen wir mit 2,5 kΩ (2,2 kΩ +270Ω) so an, dass bei A = B = C =1 der Ausgang des ersten Operationsverstärker nicht in die Sättigung geht. U_S kann jetzt die folgenden Werte annehmen:-2,25; -4,5; -6,75 und -9 Volt.

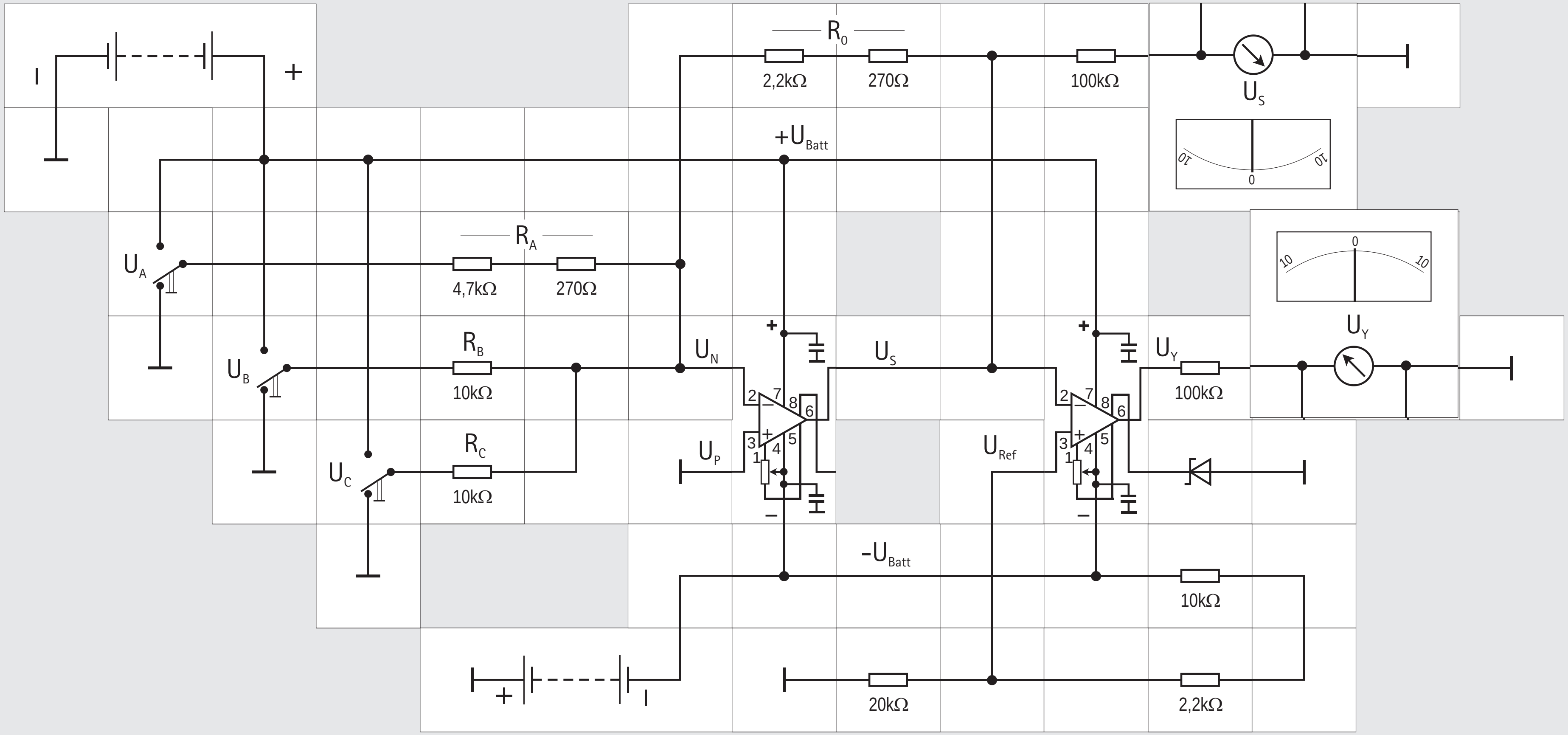
Eine für uns neue Funktion entsteht, wenn wir die Bewertungsschwelle genau zwischen die ersten beiden Werte -2,25 V und -4,5 V, nämlich auf -3,375 V legen. Der Spannungsteiler für U_{Ref} muss folglich ebenfalls angepasst werden: Ein 20 kΩ und ein 12 kΩ (10 kΩ + 2,2 kΩ) Widerstand erzeugen uns die gewünschte Referenz und wir erhalten:

$$Y = \langle 2A + B + C \rangle_2$$

was in der Schaltalgebra dem Ausdruck

$$Y = A \vee (B \wedge C)$$ entspricht.

Dies ist eine Funktionen, zu deren Realisierung wieder mehrere UND und ODER Bausteine benötigt wer-


R0
2,2kΩ
270Ω
100kΩ
US
+UBatt
RA
UA
4,7kΩ
270Ω
UB
RB
10kΩ
UN
US
UY
100kΩ
UY
UC
RC
10kΩ
UP
URef
-UBatt
10kΩ
20kΩ
2,2kΩ

Versuch 5

UND – ODER – Funktion

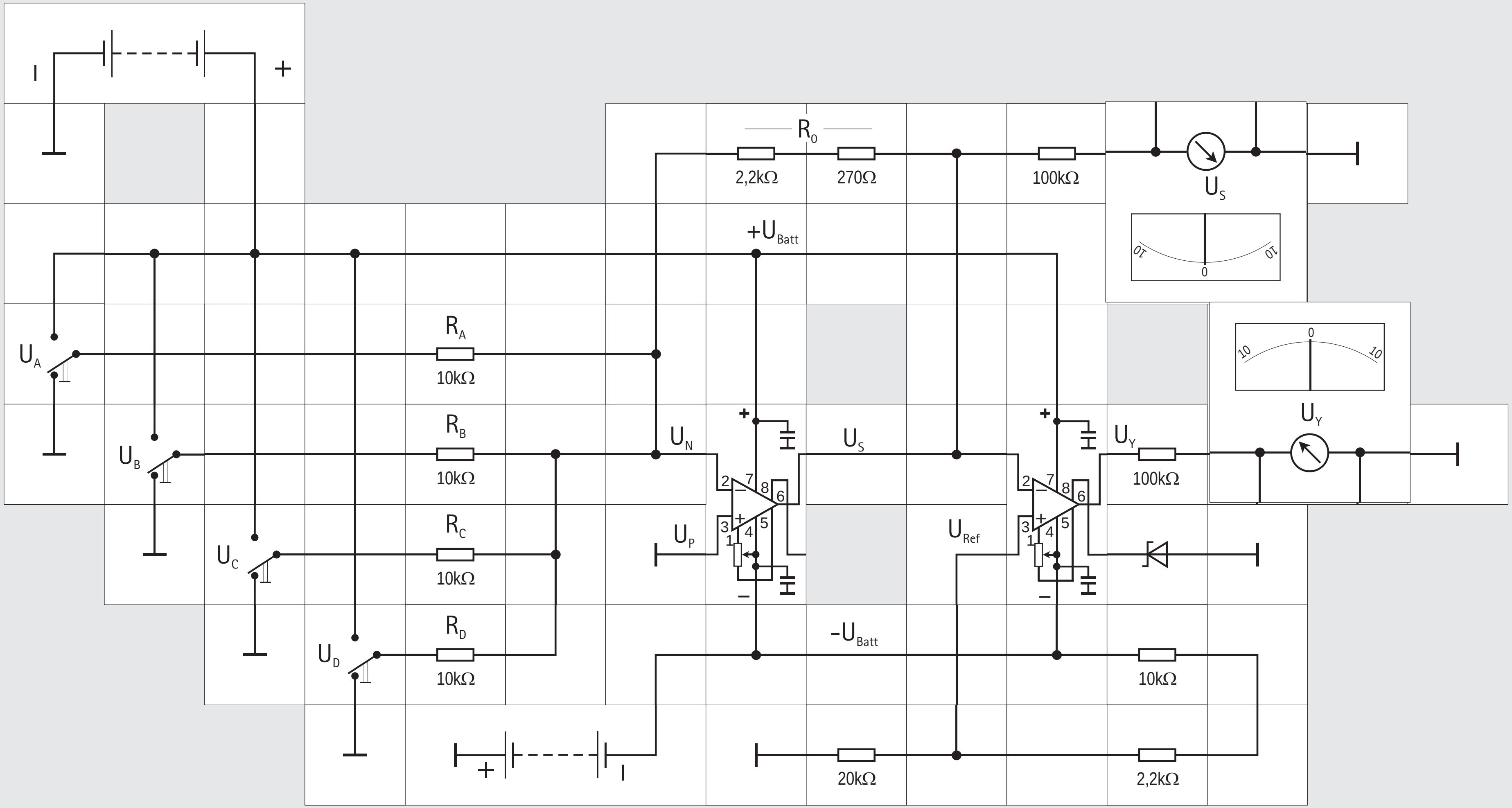
In unsere Versuchsschaltung gibt es noch einen weiteren interessanten Wert für U_{Ref}, nämlich genau zwischen -4,5 V und -6,75 V, also -5,62 V. Wir brauchen dazu im Referenzspannungsteiler nur die Widerstände 20 kΩ und 12 kΩ miteinander zu vertauschen. Jetzt führt das Schwellwertelement die Funktion

$$Y = \langle 2A + B + C \rangle_3$$ aus,

was in der Schaltalgebra dem Ausdruck

$$Y = A \wedge (B \vee C)$$ entspricht

Auch zur Realisierung dieser Funktion sind mehrere UND und ODER Verknüpfungen nötig.
Durch Verändern der Gewichtungen und der Bewertungsschwellen haben wir alle Möglichkeiten eines Schwellwertelementes mit drei Eingängen kennen gelernt und gesehen, dass wir zum Teil recht komplexe Funktionen erzeugen konnten. Wir wollen nun in den nächsten Versuchen das Schwellwertelement mit vier Eingängen untersuchen und sehen, ob es noch etwas Neues bringt.



+
R0
2,2kΩ
270Ω
100kΩ
US
10
0
10
+UBatt
RA
10kΩ
UA
RB
10kΩ
UB
UN
US
UY
100kΩ
UY
RC
10kΩ
UC
UP
URef
RD
10kΩ
UD
-UBatt
10kΩ
+
20kΩ
2,2kΩ

Versuch 6

Mindestens - 3 - von - 4 - Funktion

Wir erweitern unsere Schaltung um einen Eingang D, an den wir über einen weiteren Umschalter die Spannung U_D legen können. Alle Eingangsvariablen A bis D sollen gleich gewichtet werden, deswegen führen wir die Spannungen U_A bis U_D jeweils über einen 10 kΩ Widerstand zu. R_0, und damit die Verstärkung des Umkehraddierers, muss so bleiben: Bei A = B = C = D = 1 sollte sein Ausgang nicht in die Sättigung gehen und ungefähr U_S =-9 V abgeben. In Abhängigkeit der Schalterstellungen sind für U_S die weiteren Spannungen -6,75 V; -4 V; -2,25 V und 0 V möglich. Behalten wir U_{Ref} mit - 5,62 V so bei, erfüllt unser Schwellwertelement die Funktion

$$Y = \langle A + B + C + D \rangle_3$$

oder als Ausdruck der Schaltalgebra

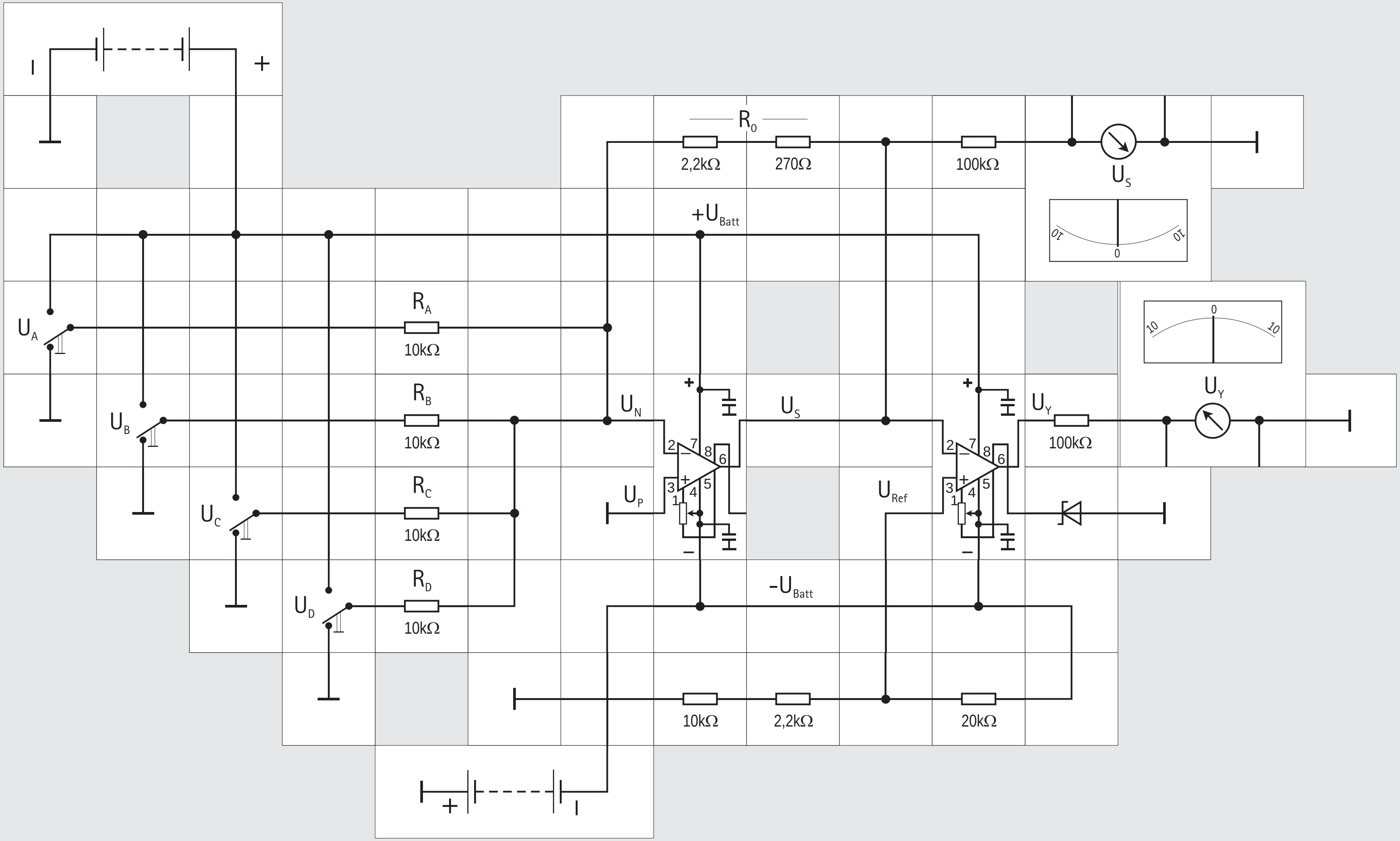
$$Y = (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge D) \vee (B \wedge C \wedge D)$$

Y ist also 1, wenn mindestens drei der vier Eingangsvariablen 1 sind; wir haben (fast) eine 3 - von - 4 - Funktion realisiert, sie gibt allerdings auch eine 1 ab, wenn alle vier Variablen 1 sind.

Versuch

07

U_S



Versuch 7

Mindestens – 2 – von – 4 – Funktion

Tauschen im Spannungsteiler für U_{Ref} der 12 kΩ und der 20 kΩ Widerstand die Plätze miteinander, so wird $U_{Ref} = -3{,}375$ V und das Schwellwertelement erfüllt die Funktion

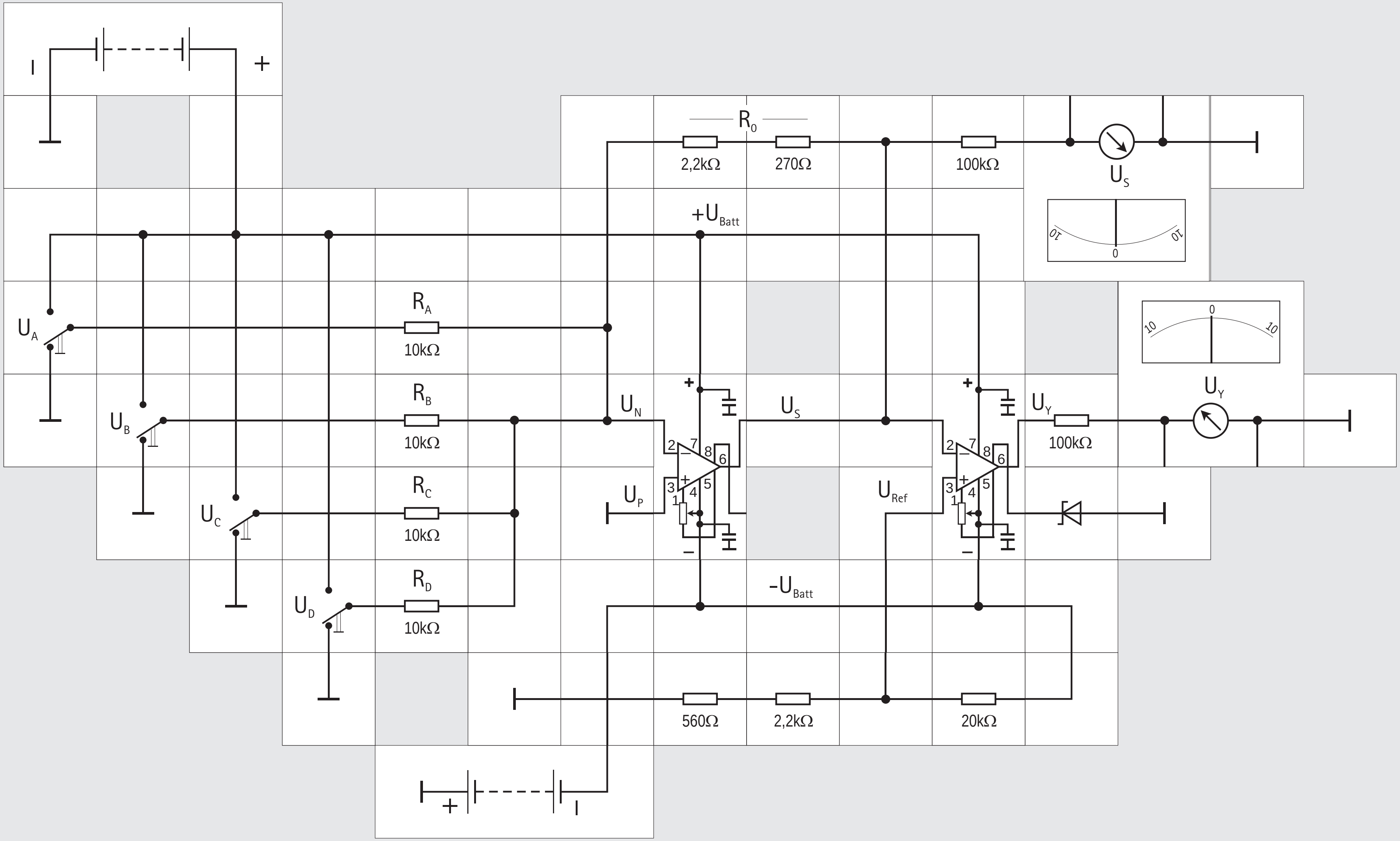
$$Y = \langle A + B + C + D \rangle_2$$

Es reichen nun bereits zwei Variable mit 1 aus, damit Y = 1 wird. Als Ausdruck der Schaltalgebra erhalten wir den recht komplizierten Ausdruck

$$Y = A \wedge (B \vee C \vee D) \vee B \wedge (C \vee D) \vee (C \wedge D),$$

also eine mindestens - 2 - von - 4 -Funktion.

Es sind noch zwei weitere Schwellen möglich, die wir in den nächsten beiden Experimenten untersuchen wollen.


R0
2,2kΩ
270Ω
100kΩ
US
+UBatt
RA
UA
10kΩ
RB
UB
10kΩ
UN
US
UY
100kΩ
UY
RC
UC
10kΩ
UP
URef
RD
UD
10kΩ
-UBatt
560Ω
2,2kΩ
20kΩ

Versuch 8

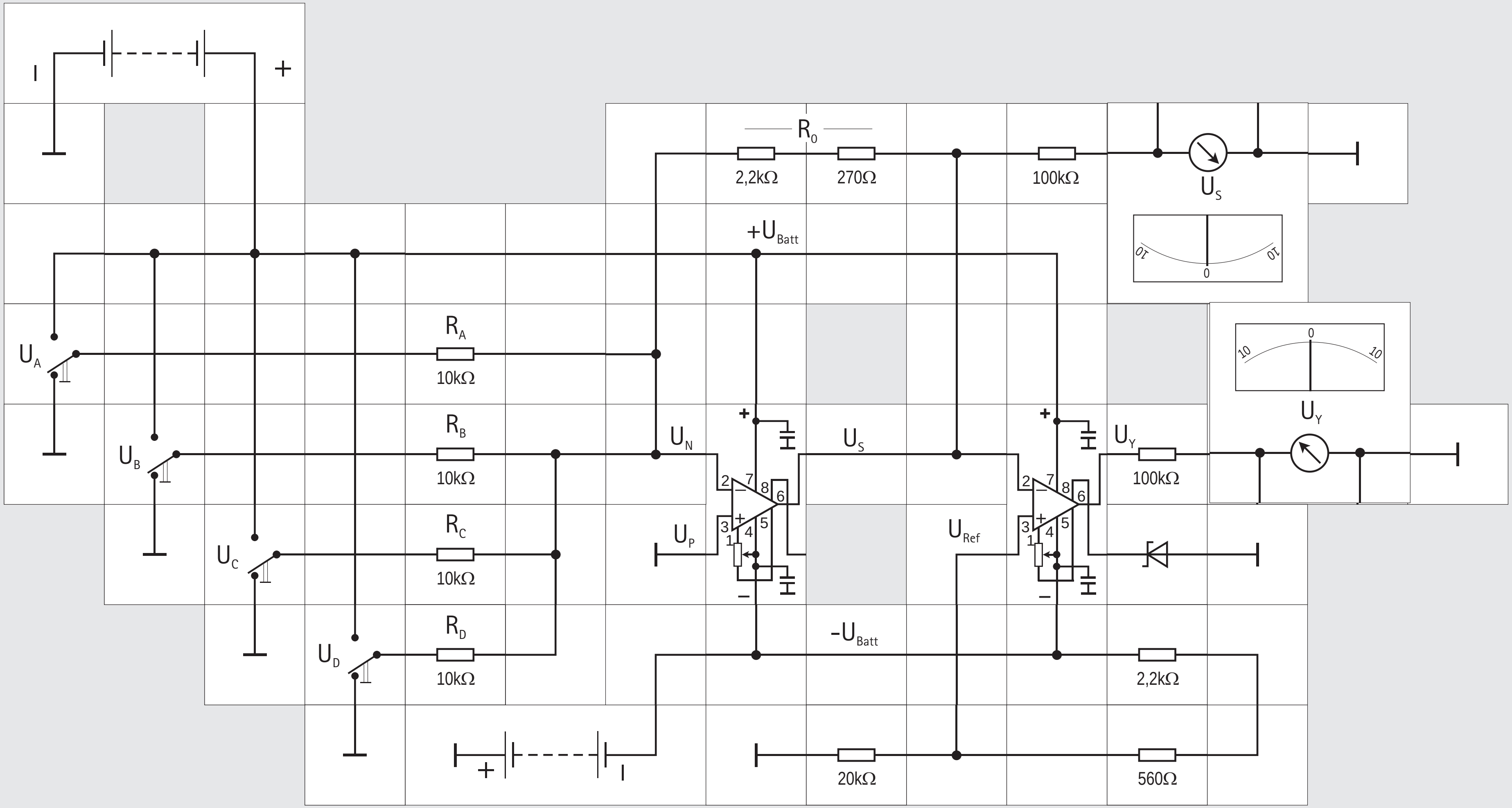
ODER - Funktion mit vier Variablen

Legen wir in unserer Schaltung U_{Ref} auf -1,13 V, also genau zwischen 0 V und -2,25 V, dem sich ergebenden U_S - Wert, wenn eine Eingangsvariable logisch 1 ist, so erhalten wir wieder die ODER - Funktion

$$Y = \langle A + B + C + D \rangle_1$$

$$Y = A \vee B \vee C \vee D$$

Wir müssen dazu lediglich den einen Widerstand im Spannungsteiler für den Komparator auf rechnerisch 2,84 kΩ (≈ 2,2 kΩ + 560 Ω) verändern.
Wir haben hier wie auch schon in allen anderen Versuchen nicht immer exakt die ausgerechneten Schwellen erreicht, weil wir nur auf im Experimentierkasten vorhandenen Widerstände zurück greifen konnten. Die Schwellen und auch die Verstärkung des Umkehraddierers streuen folglich etwas um den gewünschten Wert, da auch die Widerstände noch toleranzbehaftet sind. Wer es gern genau haben möchte, kann für den Spannungsteiler der Referenzspannung das 10 kΩ - Potentiometer einsetzen und U_{Ref} ganz genau mit einem Digitalvoltmeter einstellen. Für R_0 empfiehlt es sich, den mit einem Ohmmeter eingestellten 10 kΩ - Regelwiderstand zu verwenden.


+
R_0
2,2kΩ
270Ω
100kΩ
U_S
$+U_{Batt}$
R_A
U_A
10kΩ
R_B
U_B
10kΩ
U_N
U_S
U_Y
100kΩ
U_Y
R_C
U_C
10kΩ
U_P
U_{Ref}
R_D
U_D
10kΩ
$-U_{Batt}$
2,2kΩ
+
20kΩ
560Ω

Versuch 9

UND – Funktion mit vier Variablen

Durch Vertauschen der Widerstände im U_{Ref} - Spannungsteiler wird U_{Ref} = -7,88 V, liegt damit zwischen den U_S - Werten -6,75 V (3 Variable sind 1) und -9 V (4 Variable sind 1) und das Schwellwertelement führt die Funktion

$$Y = \langle A + B + C + D \rangle_4 \quad \text{aus.}$$

Der Schaltalgebra - Ausdruck ist dafür

$$Y = A \wedge B \wedge C \wedge D,$$

also die UND - Funktion aller Eingangsvariablen. Dies sollte uns jetzt nicht mehr überraschen, denn wenn wir die Schwelle so legen, dass sie nur unterschritten wird, wenn alle Variablen logisch 1 sind, haben wir immer eine UND - Funktion realisiert, ganz gleich, wie viele Eingänge das Schwellwertelement hat:

$$Y = \langle X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \ldots + X_n \rangle_n$$

$$Y = X_1 \wedge X_2 \wedge X_3 \wedge X_4 \wedge \ldots \wedge X_n$$

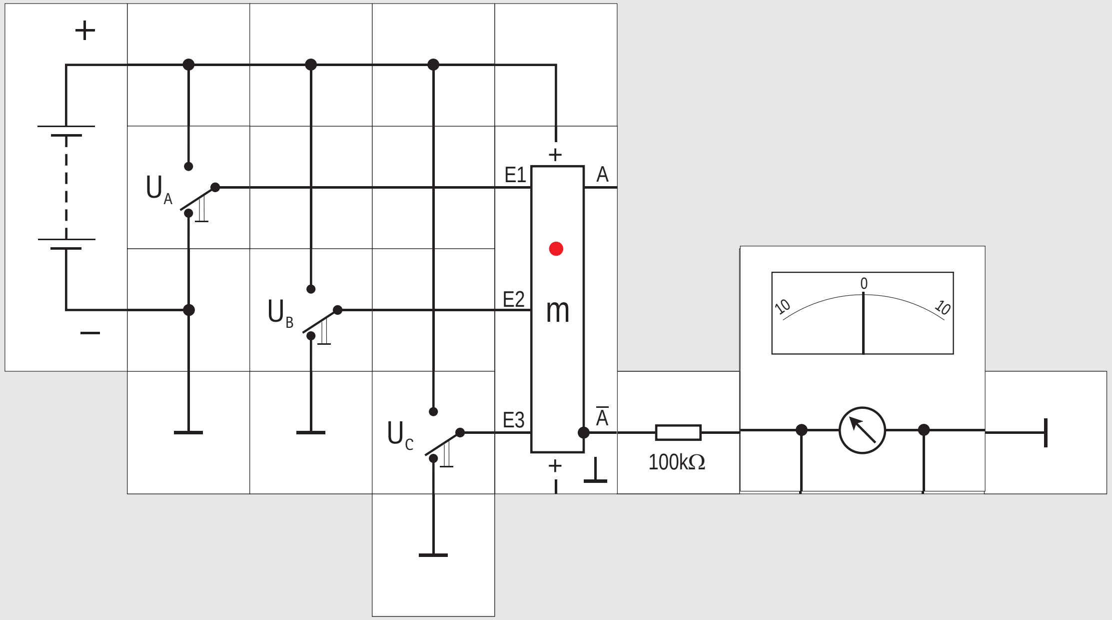
Analog dazu erhalten wir unabhängig von der Variablenanzahl immer eine ODER - Funktion, wenn bereits eine logische 1 eines beliebigen Eingangs ausreicht, die Schwelle U_{Ref} zu unterschreiten.

$$Y = \langle X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \ldots + X_n \rangle_1$$

$$Y = X_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee X_4 \vee \ldots \vee X_n$$

Wir werden bei der Berechnung der möglichen Spannungswerte für U_S und der verschiedenen U_{Ref} bereits gemerkt haben, dass bei steigender Anzahl der Eingangsvariablen natürlich auch die Anzahl der möglichen U_S - Werte steigt. Da wir die Versorgungsspannung von 9 V nicht erhöhen wollen, rücken im Bereich von 0 V bis -9 V die U_S - Werte immer näher zusammen und es wird wegen unvermeidlicher Toleranzen der verwendeten Bauelemente und der zu verarbeitenden Eingangspannungen immer schwieriger, zuverlässig arbeitende Schwellwertelemente zu erhalten. Die praktische Grenze liegt bei Elementen mit sieben Eingängen. Wir wollen solch ein Element nicht aufbauen, sondern uns in einer Umwandlungstafel ansehen, welche Erkenntnisse wir bisher gewonnen haben. Die Tafel ist um die Zeilen von Elementen mit einer und zwei Variablen und weiteren Funktionen mit vier Variablen, die wir nicht aufgebaut haben, ergänzt. Aus Platzgründen lassen wir das $\wedge$ - Zeichen wie auch in der Literatur häufig zu finden, weg; es ist also beispielsweise $A \wedge B = AB$.

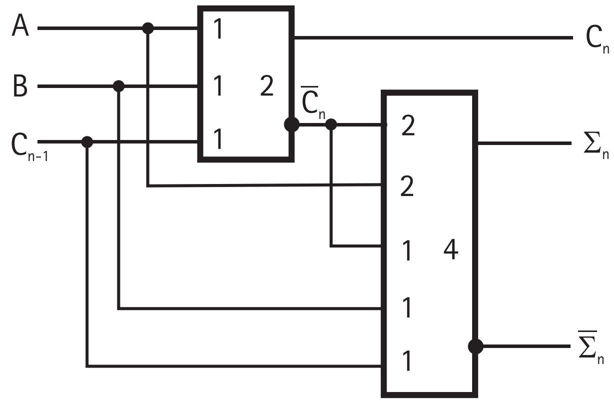
Schaltalgebra	**Schwellwertlogik**
$Y = A$	$Y = \langle A \rangle_1$
$Y = A \vee B$	$Y = \langle A+B \rangle_1$
$Y = AB$	$Y = \langle A+B \rangle_2$
$Y = A \vee B \vee C$	$Y = \langle A+B+C \rangle_1$
$Y = AB \vee AC \vee BC$	$Y = \langle A+B+C \rangle_2$
$Y = ABC$	$Y = \langle A+B+C \rangle_3$
$Y = A \vee BC$	$Y = \langle 2A+B+C \rangle_2$
$Y = A(B \vee C)$	$Y = \langle 2A+B+C \rangle_3$
$Y = A \vee B \vee C \vee D$	$Y = \langle A+B+C+D \rangle_1$
$Y = A(B \vee C \vee D) \vee B(C \vee D) \vee CD$	$Y = \langle A+B+C+D \rangle_2$
$Y = ABC \vee ABD \vee BCD$	$Y = \langle A+B+C+D \rangle_3$
$Y = ABCD$	$Y = \langle A+B+C+D \rangle_4$
$Y = A \vee (BC \vee BD \vee CD)$	$Y = \langle 2A+B+C+D \rangle_2$
$Y = A(B \vee C \vee D) \vee BCD$	$Y = \langle 2A+B+C+D \rangle_3$
$Y = A(BC \vee BD \vee CD)$	$Y = \langle 2A+B+C+D \rangle_4$
$Y = A \vee B \vee CD$	$Y = \langle 2A+2B+C+D \rangle_2$
$Y = AB \vee (A \vee B)(C \vee D)$	$Y = \langle 2A+2B+C+D \rangle_3$
$Y = AB \vee (A \vee B)CD$	$Y = \langle 2A+2B+C+D \rangle_4$
$Y = (A \vee B \vee C)D \vee AB \vee AC \vee BC$	$Y = \langle 2A+2B+2C+D \rangle_3$
$Y = ABC \vee D(AB \vee AC \vee BC)$	$Y = \langle 2A+2B+2C+D \rangle_5$
$Y = A \vee BCD$	$Y = \langle 3A+B+C+D \rangle_3$
$Y = A(B \vee C \vee D)$	$Y = \langle 3A+B+C+D \rangle_4$
$Y = A \vee B(C \vee D)$	$Y = \langle 3A+2B+C+D \rangle_3$


+
−
U_A
U_B
U_C
E1
E2
E3
A
$\overline{A}$
m
+
+
⊥
100kΩ
10
0
10

Versuch 10

3 - Eingangs - Majoritätsbaustein

Es bereitet keine besonderen Schwierigkeiten, die Umwandlungstafel aufzustellen, wenn man vom Ausdruck der Schwellwertlogik ausgeht. Die Funktion der Schaltalgebra ist relativ einfach über eine Wertetabelle gefunden. Der umgekehrte Weg dagegen verlangt uns ein erhebliches Maß an Intuition und Erfahrung ab; selbst einfache Umwandlungen werden uns nicht gleich gelingen. Eine weitere Hürde bereitet die Frage, ob es überhaupt möglich ist, eine gegebene schaltalgebraische Funktion durch ein einziges Schwellwertelement (diese Funktionen heißen linear separierbar) darzustellen, oder ob man davon mehrere benötigt. Es gibt zwar mathematische Verfahren, die diese Frage beantworten und auch Syntheseverfahren, die sehr aufwendig sind und auf die wir deswegen hier nicht näher eingehen wollen.
Die Firma RCA hat 1967 erstmalig eine integrierte Schwellwertschaltung, die nach einem ähnlichen Prinzip wie dem hier vorgestellten arbeitet, auf den Markt gebracht. Der Baustein enthielt zwei verschiedene Schwellwertelemente (siehe Abbildung) mit den Funktionen



RCA - Schwellwertschaltung als Volladdierer

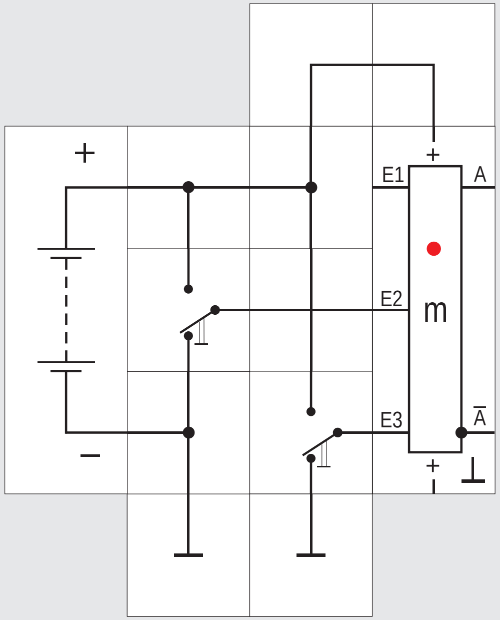
$$Y = \langle A + B + C\rangle_2 = m\,(A,B,C) = A\#B\#C \quad \text{und}$$
$$Y = \langle 2A + 2B + C + D + E\rangle_4$$

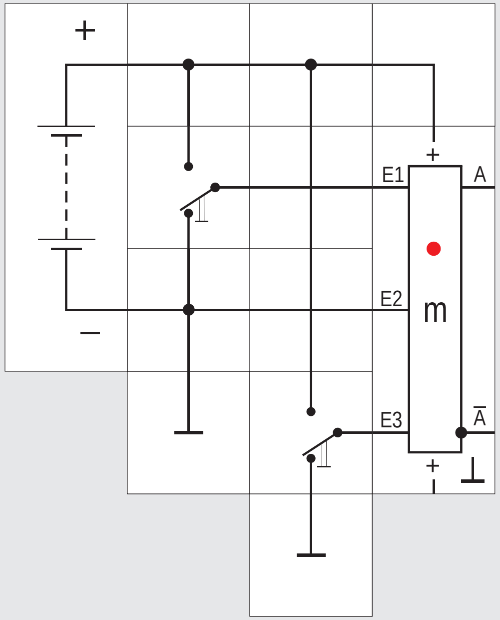
Toleranzen der Eingangssignale bei der Summenbildung wurden durch Stromschalter vermieden: Durch jeweiligen Vergleich mit einer Referenzspannung wurden die einzelnen Eingangspotentiale in feste Ströme umgewandelt, die Summe aus diesen unbeeinflussten Strömen gebildet und danach bewertet. Durch Kombination beider Schwellwertelemente erhielt man einen Volladdierer. Wir erkennen an der Schaltung, dass der Übertrag C_n durch die Majoritätsfunktion aus den beiden Summanden A und B und dem Übertrag C_{n-1} der vorangehenden Stufe gebildet wird. Die Summe Σ_n ist eine EXOR - Funktion der drei Signale und nicht mit **einem** Schwellwertelement realisierbar.
Dieser inzwischen nicht mehr lieferbare Baustein zeigt uns, dass in jedem Volladdierer eine Majoritätsfunktion zur Übertragsbildung enthalten ist. Durch passende Beschaltung können wir sie z. B. bei dem CMOS - Volladdierer - Baustein CD4008 ausnutzen, obwohl sie intern hier nicht durch Summenbildung und anschließende Bewertung, sondern durch UND - und ODER - Verknüpfungen realisiert ist. Der LECTRON Majoritätsbaustein enthält einen solchen Volladdierer. (Aus Platzgründen ist die Schaltung auf Seite 33 abgebildet). Wir wollen in einer Versuchsschaltung uns davon überzeugen, dass an seinem Ausgang die Majoritätsfunktion

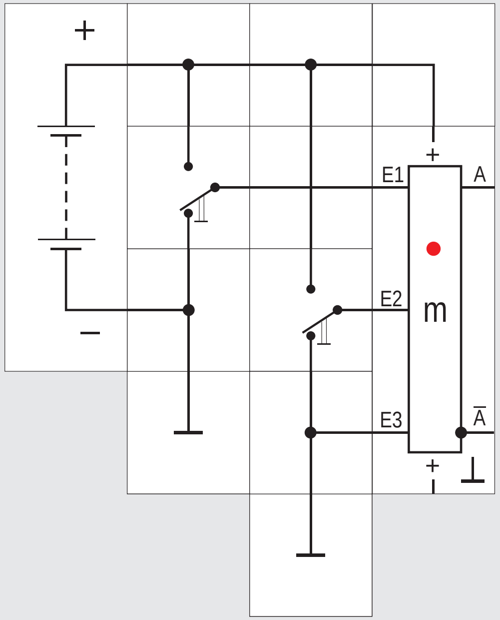
$$A = m\,(E1, E2, E3) = E1\#E2\#E3$$

der drei Eingangssignale abgegeben wird. Die rote Leuchtdiode zeigt mit ihrem Leuchten den 1 - Zustand des Ausgangs A an, das inverse Signal $\overline{A}$ können wir am Messinstrument erkennen.

Versuch 11







Versuch 11

UND - Verknüpfung mit Majoritätsbaustein

In weiteren Versuche wollen wir nun sehen, wozu wir den LECTRON - Majoritätsbaustein mit drei Eingängen verwenden können. Damit es nicht uferlos wird, beschränken wir uns bewusst auf Anwendungen der Majoritätslogik, die - wie wir gesehen haben - ein Sonderfall der Schwellwertlogik ist. Folgende drei Einschränkungen sind vorhanden:

- Alle Eingänge eines Majoritätsbaustein haben das gleiche Gewicht, nämlich 1; für den Wert des Ausgangssignals ist damit die Anzahl der 1 - führenden Eingänge maßgebend.
- Die Anzahl der Eingänge ist ungerade, damit es überhaupt eine Majorität gibt.
- Der Schwellwert liegt bei n Eingängen auf dem Wert (n + 1) / 2.

Unser Majoritätsbaustein mit n = 3 Eingängen liefert deswegen - wie wir im vorherigen Versuch gesehen haben - ein 1 - Signal, wenn mindestens zwei Eingänge ein 1 - Signal führen.
Seine Wahrheitstafel sieht folgendermaßen aus:

E1	E2	E3	A
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Es fällt auf, dass jeweils für die Hälfte der Eingangskombinationen der Ausgang 0 bzw. 1 ist, ganz im Gegensatz zu UND - oder ODER - Funktionen, bei denen wir nur eine 1 bzw. eine 0 in der A - Spalte finden. Außerdem ist offensichtlich

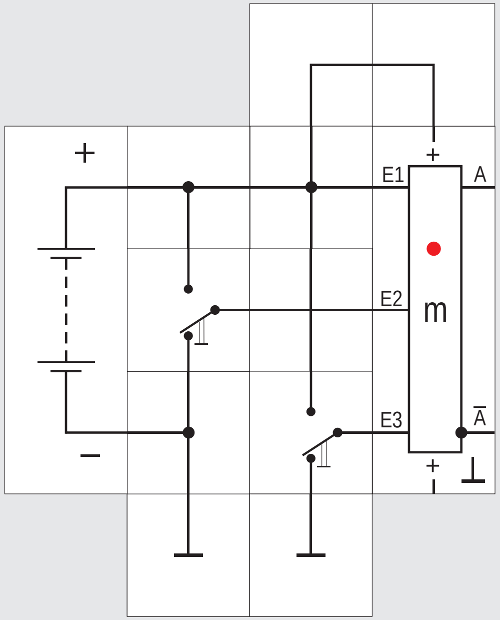
$$\overline{m}\,(E1, E2, E3) = m\,(\overline{E1}, \overline{E2}, \overline{E3}),$$

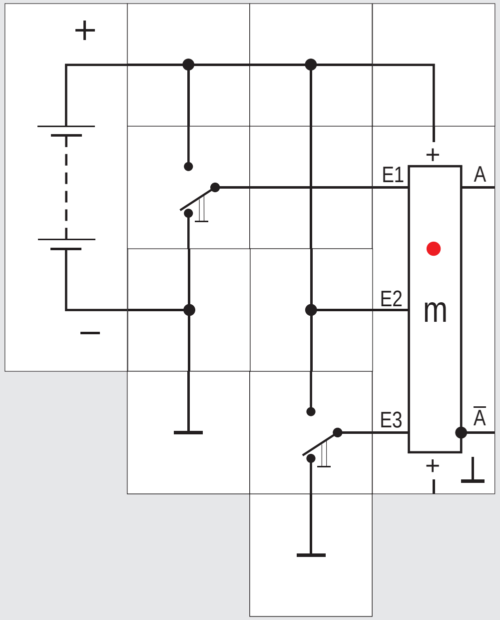
eine wichtige Symmetrieeigenschaft, auf die wir später noch einmal zurück kommen.
Man könnte nun meinen, dass mit dem festgelegten Schwellwert eine Veränderung der Funktion unseres Bausteins nicht mehr möglich ist und er nur die Majoritätsfunktion ausführt. Dies ist jedoch nicht der Fall. Legen wir beispielsweise E1 fest an 0, so befinden wir uns in der oberen Hälfte der Wahrheitstafel und die beiden übrigen Variablen werden nach einer UND - Funktion verknüpft. In unserem Baustein ist es nicht einmal nötig, E1 an Masse zulegen. Der Eingang ist bereits bausteinintern sehr hochohmig, nämlich mit einem 47 kΩ Widerstand, mit Masse verbunden, so dass wir ihn auch einfach unbeschaltet lassen können. Natürlich funktioniert das auch mit den Eingängen E2 und E3; diese müssen aber an Masse gelegt werden, wenn die jeweils beiden anderen UND - verknüpft werden sollen. Auf Kosten eines Eingangs können wir also aus einer Majoritätsverknüpfung mit drei Eingängen eine UND - Verknüpfung mit zwei Eingängen erzeugen. Es ist folglich

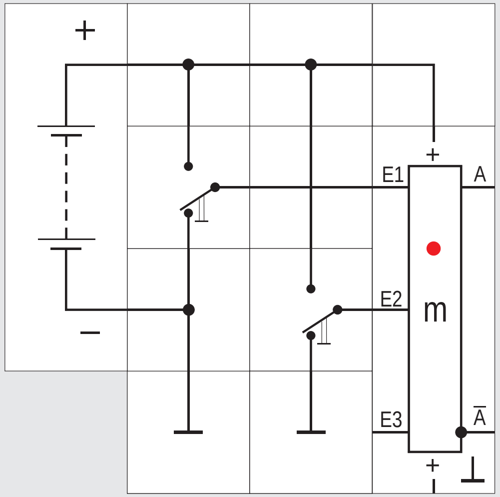
$$m\,(0, E2, E3) = 0\#E2\#E3 = E2 \wedge E3$$

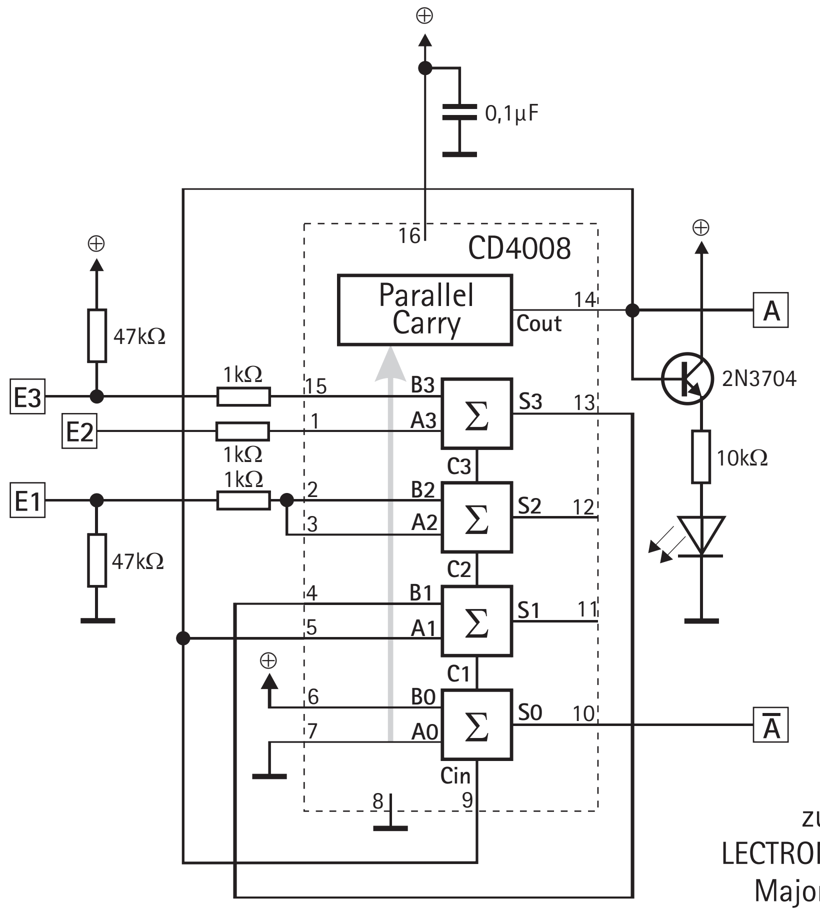
Versuch

12









zu Seite 29
LECTRON 3 - Eingangs -
Majoritätsbaustein

Versuch 12

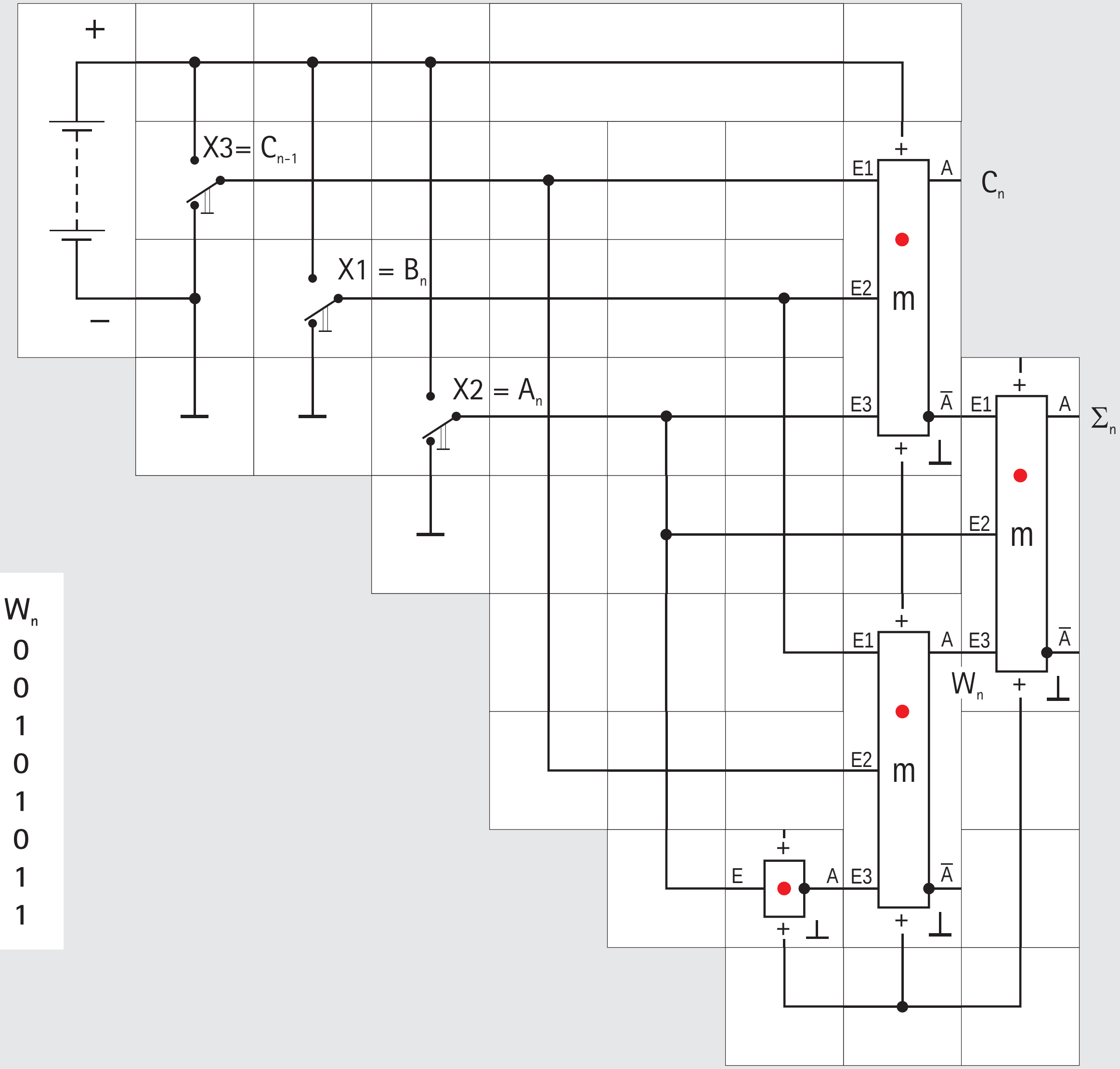
ODER - Verknüpfung mit Majoritätsbaustein

Betrachten wir die unteren vier Zeilen der Wahrheitstafel, bei den E1 fest an 1 liegt, werden wir bemerken, dass der Ausgang A die ODER - Verknüpfung der restlichen Eingänge E2 und E3 ist. Das gilt natürlich auch, wenn ein anderer Eingang fest an 1 liegt; die beiden übrigen werden dann ODER - verknüpft. Es ist

$$m\,(1, E2, E3) = 1\#E2\#E3 = E2 \vee E3$$

Beim LECTRON - Majoritätsbaustein ist E3 intern über einen 47 kΩ Widerstand hochohmig mit der Versorgungsspannung verbunden. Wenn wir eine ODER - Verknüpfung mit diesem Baustein realisieren wollen, sollte vorzugsweise E3 fest an 1 liegen; wir können diesen Eingang dann einfach unbeschaltet lassen, was Bausteine und Platz spart.

Versuch 13



C_{n-1}	B_n	A_n	C_n	Σ_n	W_n
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

Versuch 13

Volladdierer

Wir wollen mit Majoritätsschaltgliedern die bereits mit dem RCA - Schwellwertbaustein bekannte Volladdierer - Schaltung aufbauen. Den Übertrag Cn (engl. carry) zu erzeugen, ist einfach; wir benötigen dazu einen Majoritätsbaustein. Schwieriger ist es heraus zu finden, wie man die Summenfunktion Σn, die eine EXOR - Funktion der drei Eingangsvariablen A_n, B_n und C_{n-1} ist, aufzubauen hat. Es gibt hierfür Syntheseverfahren, die allerdings etwas komplizierter sind als in der gängigen Schaltalgebra; wir stellen das von Cohn und Lindaman vor, das von einer umzusetzenden Funktion mit n Variablen X1, X2,...Xn ausgeht. Ersetzt man in dieser Funktion f(X1,X2,...,Xn) eine beliebige Variable Xj durch eine andere Variable Xi, (also Xj = Xi), so bleibt eine Funktion mit n-1 Variablen übrig. Sie wird als Restfunktion bezüglich Xj = Xi bezeichnet:

$f(Xj = Xi) = f(X1, X2, ..., Xi, ..., Xj-1, Xi, Xj+1, ..., Xn)$

Entsprechend kann man eine weitere Restfunktion bezüglich $Xj = \overline{X}i$ definieren:

$f(Xj = \overline{X}i) = f(X1, X2, ..., Xi, ..., Xj-1, \overline{X}i, Xj+1, ..., Xn)$

Es gilt:

Die Funktion f(X1,X2,...,Xn) kann nun durch zwei beliebige Variablen Xi und Xj und die entsprechenden Restfunktionen, die sich beim Gleichsetzen von $Xj = Xi$ und $Xj = \overline{X}i$ ergeben, in einer der folgenden Formen dargestellt werden:

$f(X1,X2,...,Xn)=[Xi\#Xj\#f(Xj=\overline{X}i)]\#[\overline{X}i\#\overline{X}j\#f(Xj=\overline{X}i)]\#f(Xj=Xi)$

$f(X1,X2,...,Xn)=[Xi\#\overline{X}j\#f(Xj=Xi)]\#[\overline{X}i\#Xj\#f(Xj=Xi)]\#f(Xj=\overline{X}i)$

$f(X1,X2,...,Xn)=[Xi\#Xj\#f(Xj=\overline{X}i)]\#[\overline{X}i\#Xj\#f(Xj=Xi)]\#\overline{X}j$

Wendet man eine dieser Umformungen auf die Restfunktionen f(Xj=Xi) und $f(Xj=\overline{X}i)$an, so ergeben sich schon Funktionen mit n-2 Variablen. Durch wiederholte Anwendung wird die Variablenzahl mit jedem Schritt um Eins verringert, bis man am Ende die Funktion mit ihren Variablen und ggfs. den Konstanten 0 und 1 in Form einer Majoritätsfunktion erhält. Dieses Vorgehen liefert nicht unbedingt die minimale Anzahl von Verknüpfungen.

Als Beispiel wollen wir die Summenfunktion Σ_n vom Volladdierer, nämlich die EXOR - Funktion dreier Variabler (n = 3) vorführen; es ist:

$f(X1,X2,X3)=X1\overline{X}2\overline{X}3\vee\overline{X}1X2\overline{X}3\vee\overline{X}1\overline{X}2X3\vee X1X2X3$

Zur Berechnung der ersten Restfunktion wählen wir $X3 =\overline{X}1$, also j = 3 und i = 1; wir erhalten:

$f(X3 =\overline{X}1)=X1\overline{X}2X1\vee\overline{X}1X2X1\vee\overline{X}1\overline{X}2\overline{X}1\vee X1X2\overline{X}1$

$f(X3 =\overline{X}1) = X1\overline{X}2\vee 0\vee\overline{X}1\overline{X}2\vee 0 = (X1\vee\overline{X}1)\overline{X}2 = \overline{X}2$

Die zweite Restfunktion ergibt sich mit X3 =X1 zu

$f(X3 =X1)=X1\overline{X}2\overline{X}1\vee\overline{X}1X2\overline{X}1\vee\overline{X}1\overline{X}2X1\vee X1X2X1$

$f(X3 =X1) = 0\vee\overline{X}1X2\vee 0\vee X1X2 = (\overline{X}1\vee X1)X2 = X2$

Wir setzen das z.B. in die erste Form ein und erhalten

$f(X1,X2,X3) = [X1\#X3\#\overline{X}2]\ \#\ [\overline{X}1\#\overline{X}2\#\overline{X}3]\ \#\ X2$

Damit wir nicht so viele Inverter benötigen, invertieren wir das Ergebnis des zweiten Terms am Ausgang und können dann auch das nicht invertierte Ergebnis gleich als Übertrag C_n verwenden.

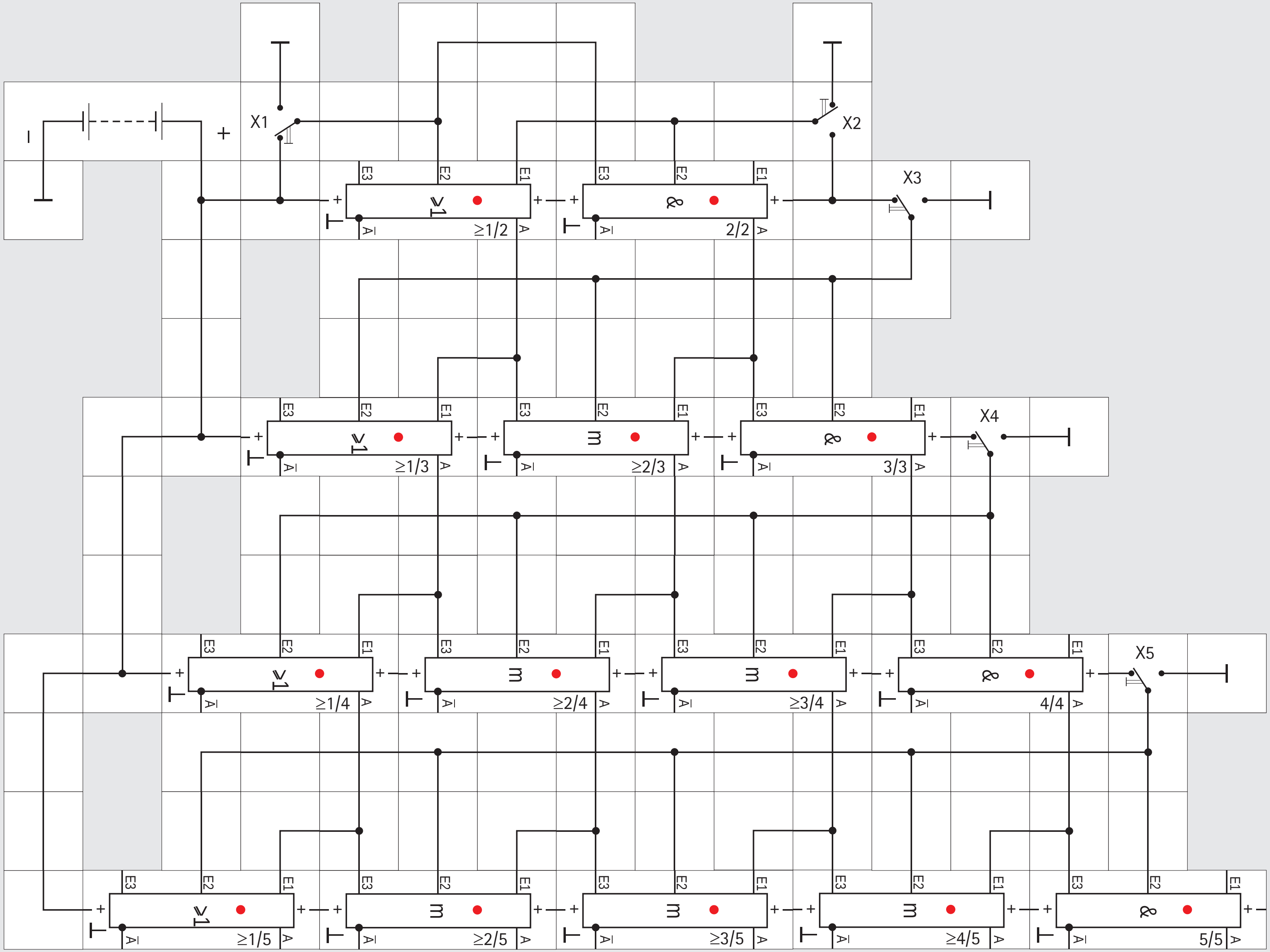
$f(X1,X2,X3) = [X1\#X3\#\overline{X}2]\ \#\ \overline{[X1\#X2\#X3]}\ \#\ X2$

Wir benötigen drei Bausteine und zusätzlich noch einen Inverter. Der obere Baustein gibt den Übertrag C_n ab, der mittlere die Summe Σ_n und auch der untere erzeugt nicht nur ein Zwischenergebnis, sondern gibt den Übertrag W_n für eine Subtraktion (engl. borrow) ab. Die Wahrheitstafel zeigt die einzelnen Funktionen.

Schalten wir k dieser Volladdierer hintereinander, können wir k-stellige Zahlen addieren und subtrahieren. Baut man eine Volladdierer - Stufe aus UND - und ODER - Verknüpfungen und deren Invertierungen auf, benötigt man wenigstens sieben Bausteine mit jeweils zwei Eingängen; die Überlegenheit der Majoritätsbausteine wird hier sehr deutlich.

Versuch

14



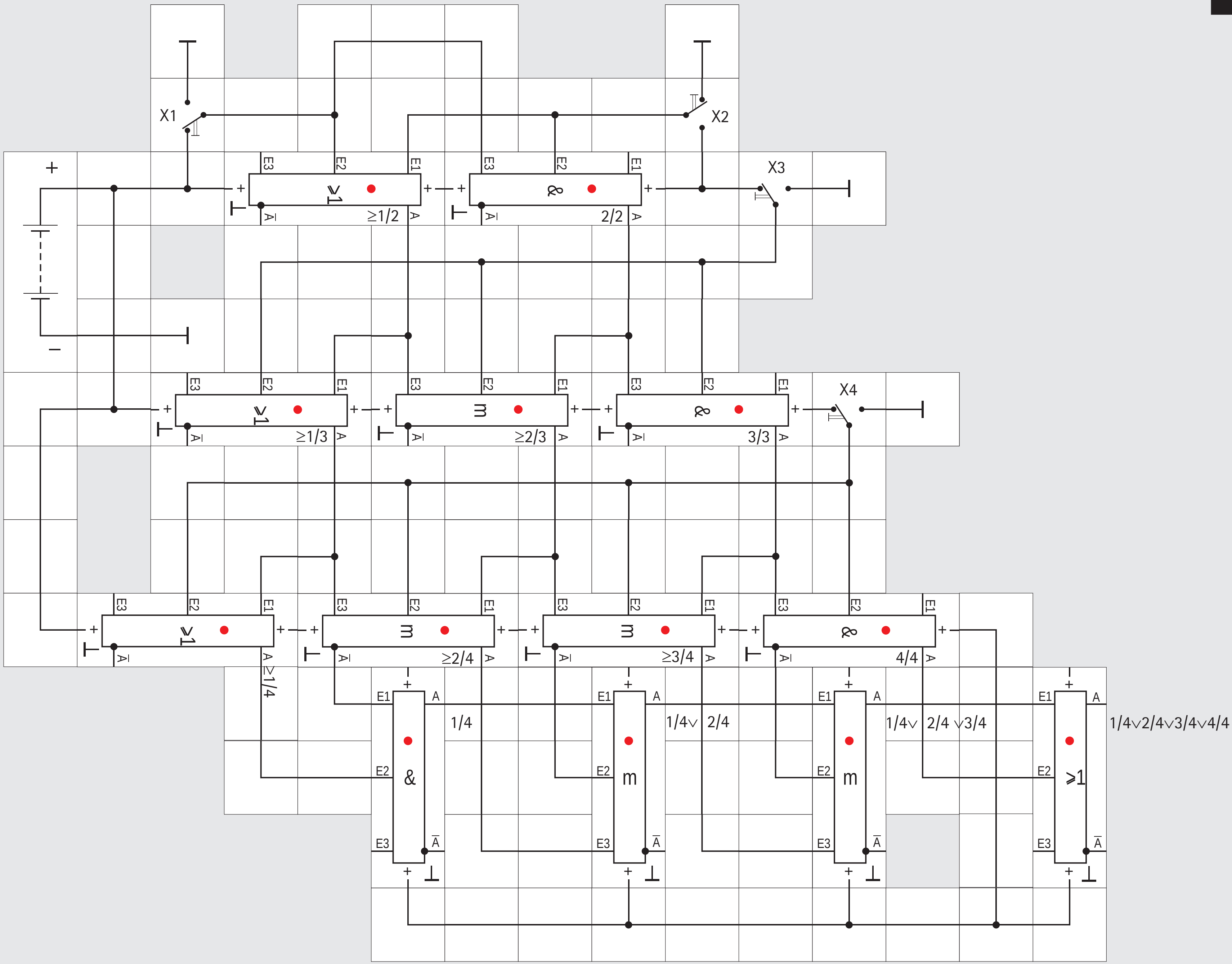
Versuch 14

Netzwerk für Codeprüfungen

Eine weitere Möglichkeit, nützliche Schaltungen für eine große Anzahl Eingangsvariablen zu realisieren, ohne ein Syntheseverfahren zu benutzen, besteht darin, zunächst für eine überschaubare Variablenmenge ein geeignetes Muster zu finden, das dann iterativ auf nahezu beliebig viele Variable erweitert werden kann. Unser bereits umfangreiches Beispiel zeigt eine solche Schaltung, die aus fünf Variablen die Anzahl derjenigen mit 1 feststellt. Die Schaltung muss auf zwei Grundplatten aufgebaut werden, auf gute Masseverbindung der Platten ist zu achten. Ebenfalls aus Platzgründen haben wir sie gedreht dargestellt, sie wird bei Bedarf an der unteren Kante nach dem leicht erkennbaren Muster für weitere Variable fortgesetzt. Die Ausgänge geben Aussagen über die maximale Anzahl der Eingangsvariablen mit 1 ab. Dabei soll die Schreibweise ≥3/5 bedeuten, dass mindestens drei der fünf Eingangsvariablen auch diesen Wert haben. Für die »Randbausteine« haben wir UND - sowie ODER - Bausteine eingesetzt; natürlich kann man hier auch entsprechend mit 0 oder 1 beschaltete Majoritätsbausteine verwenden.

Versuch

15

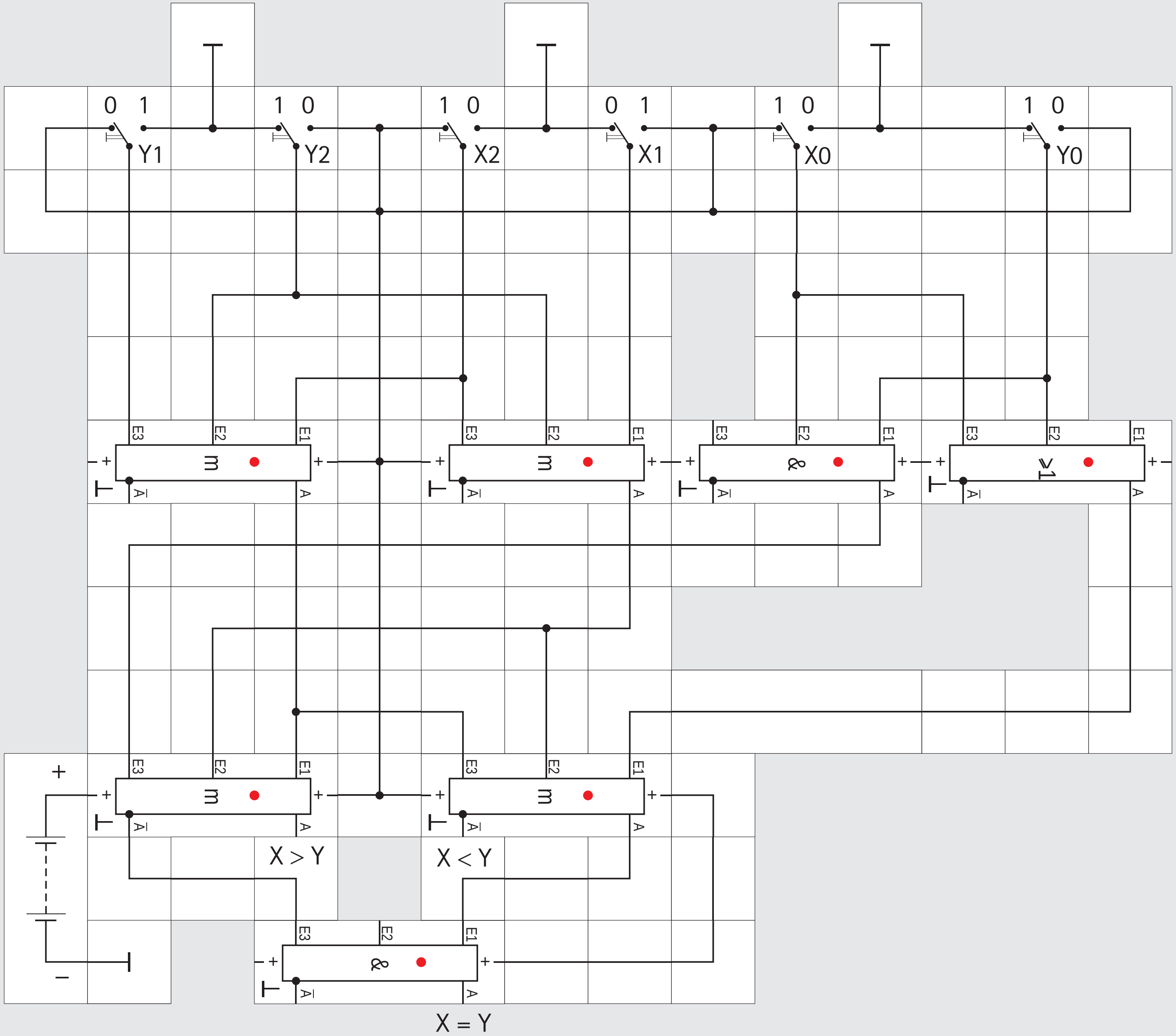


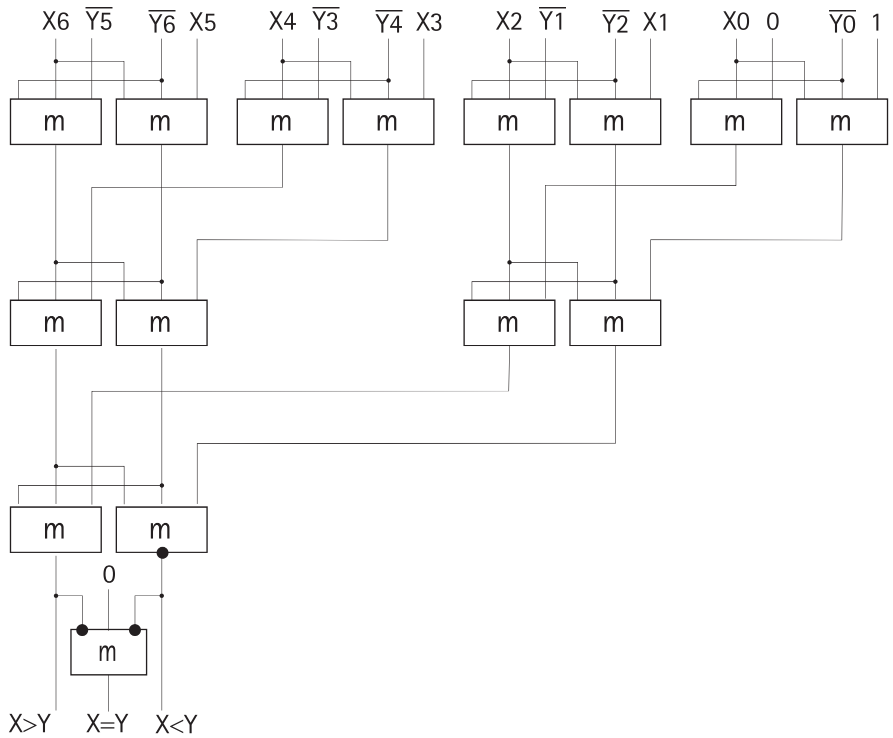
Versuch 15

Erweitertes Netzwerk für Codeprüfungen

Wollen wir beim Netzwerk für Codeprüfungen eine Aussage, ob genau eine von vier Variablen 1 ist, so müssen wir eine UND - Verknüpfung nachschalten, die als Eingänge ≥1/4 und den negierten Eingang von ≥2/4 bekommt. Auch dieses Netzwerk ist mit Majoritätsbausteinen erweiterbar, wie in unserem Versuchsaufbau gezeigt ist. Damit wir es aufbauen können, müssen wir uns auf vier Variable beschränken. Es ist wieder so groß, dass es gedreht abgebildet ist und wir zwei Grundplatten benötigen.

Versuch 16





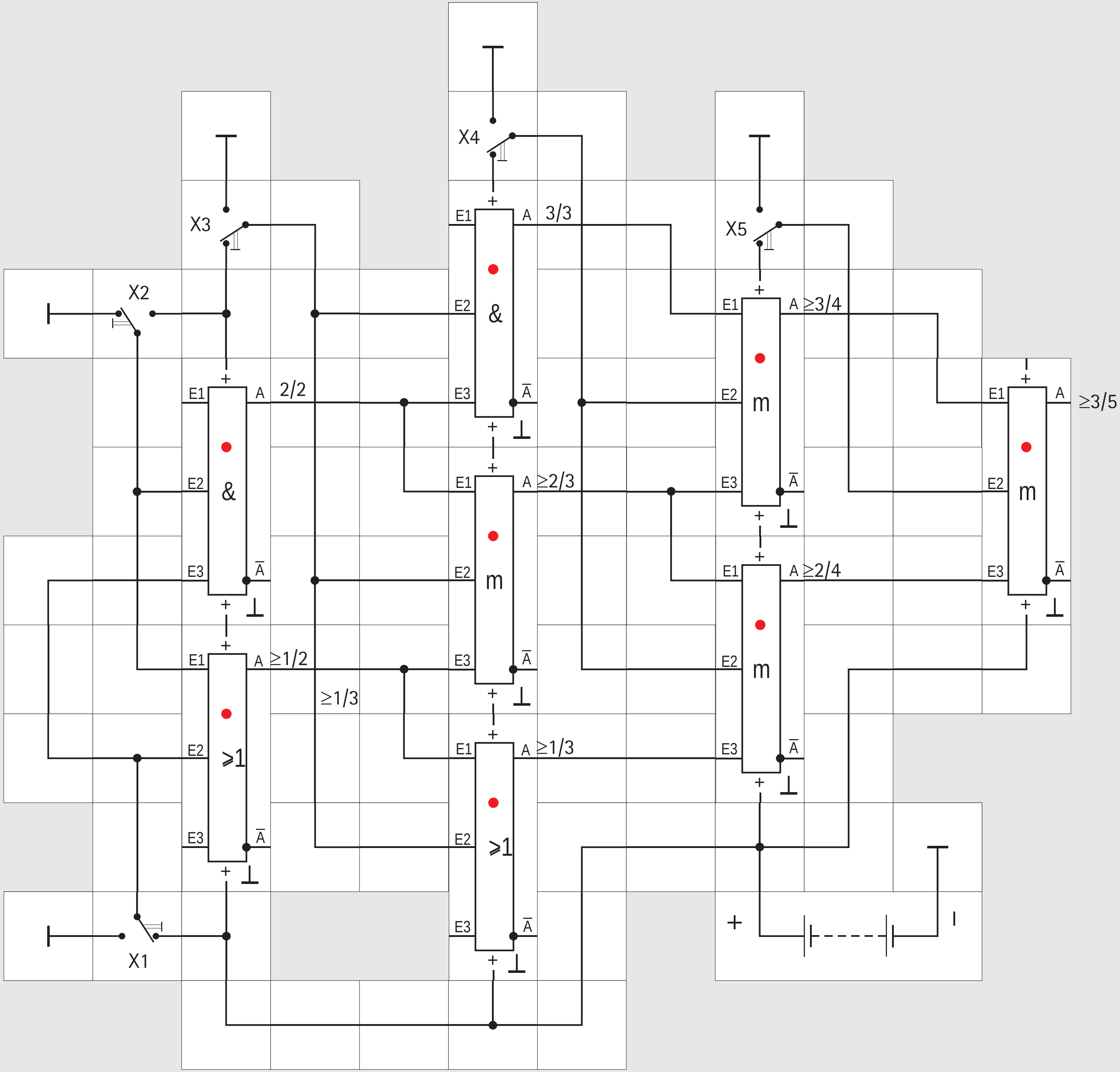
Versuch 16

Komparator

Als weiteres Beispiel zeigt unser Versuchsaufbau eine Schaltung, die zwei Binärzahlen X (Xn-1, ...X0) und Y (Yn-1, ...Y0) miteinander vergleicht und die Ergebnisse X>Y, X=Y oder X<Y liefert. Der Komparator kann nach dem begonnenen Muster erweitert werden. Das Ergebnis X=Y erhält man allgemein nach der (k+1)-Stufe, wenn $n \leq 2^k-1$ ist.
Im Versuchsaufbau ist zu beachten, dass Y invertiert auf die Eingänge gegeben werden muss. Wir berücksichtigen das, indem wir die entsprechenden Schalter anders gepolt und zur Verdeutlichung jeweils 0 und 1 angegeben haben.
Ebenfalls zur Verdeutlichung der Schaltungserweiterung auf noch mehr Variable dient die zusätzliche Abbildung.

Versuch

17



Versuch 17

5 – Eingangs – Majoritätsverknüpfung

Wollen wir die nächst komplexere Majoritätsverknüpfung, nämlich eine mit fünf Eingängen, aufbauen, so brauchen wir nur auf Versuch 14 zurück zu greifen. Das dort aufgebaute Netzwerk für Codeprüfungen liefert uns am Ausgang ≥3/5 die gewünschte Funktion. Lassen wir alle zu dieser Verknüpfung nicht erforderlichen Bausteine weg, erhalten wir unsere neue Versuchsschaltung. Es ist eine Majoritätsverknüpfung für fünf Eingangsvariable, wozu acht Bausteine erforderlich sind. Wir werden im nächsten Versuch sehen, dass sich dieselbe Funktion bereits mit vier Bausteinen realisieren lässt. Netzwerke, wie das zur Codeprüfung, haben zwar den Vorteil einfacher Bildungsgesetze und Übersichtlichkeit, liefern jedoch nicht in allen Fällen das Aufwandsminimum für eine gesuchte Funktion.

Majoritätsfunktionen haben, wie wir bereits erkannt haben, eine besondere Eigenschaft: Ihre Wahrheitstafel weist für die Ergebnisspalte jeweils die gleiche Anzahl von Nullen und Einsen auf, sie sind symmetrisch. Darüber hinaus sind Majoritätsfunktionen selbstdual. Man erhält zu einer gegebenen Funktion die duale Funktion, indem man die Verknüpfungssymbole $\wedge$ und $\vee$ gegeneinander austauscht. Aus einer UND - Funktion $A \wedge B$ wird eine ODER - Funktion und umgekehrt; UND - und ODER - Funktion sind zueinander dual.

Führen wir diesen Austausch bei der Majoritätsfunktion durch, sehen wir, dass wir als Ergebnis dieselbe Funktion erhalten, da sie selbstdual ist:

$F = (A \wedge B) \wedge (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$

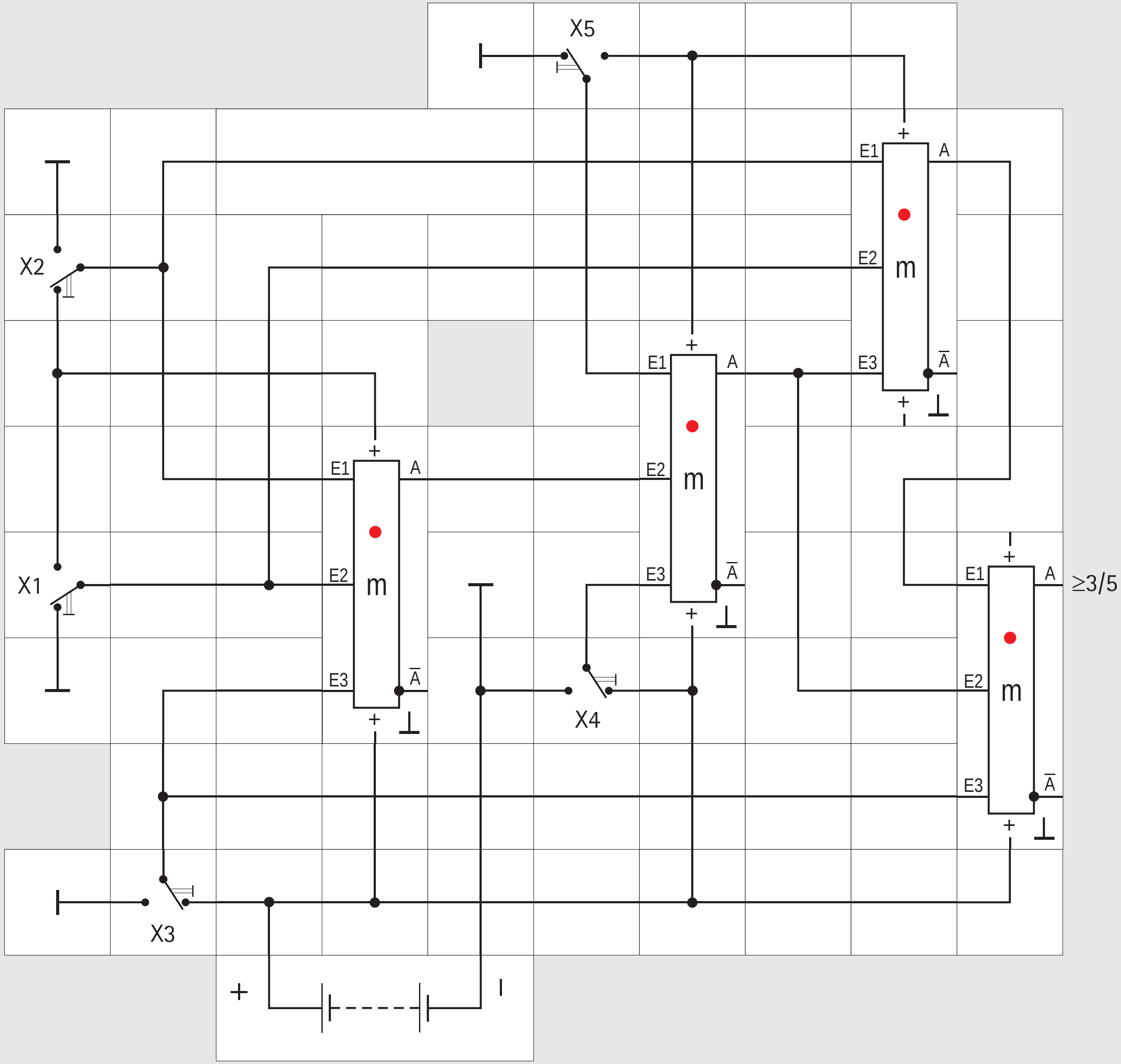
$F = A \wedge (B \vee C) \vee (B \wedge C)$

$F_{Dual} = A \vee (B \wedge C) \wedge (B \vee C)$

wir lösen die Klammerausdrücke aus:

$F_{Dual} = (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C) = F$

Eine Eigenschaft selbstdualer Funktionen ist, dass zu ihrer Realisierung mit Majoritätsschaltgliedern die Konstanten 0 und 1 nicht benötigt werden. Wir haben nun in unserem Aufbau zwei UND - und zwei ODER - Verknüpfungen, die aus Majoritätsverknüpfungen entstehen, wenn jeweils ein Eingangssignal 0 bzw. 1 ist. Es ist also zu erwarten, dass diese Verknüpfungen nicht gebraucht werden.


X5
X2
X1
X3
X4
E1
A
E2
m
E3
Ā
+
⊥
≥3/5
+
I

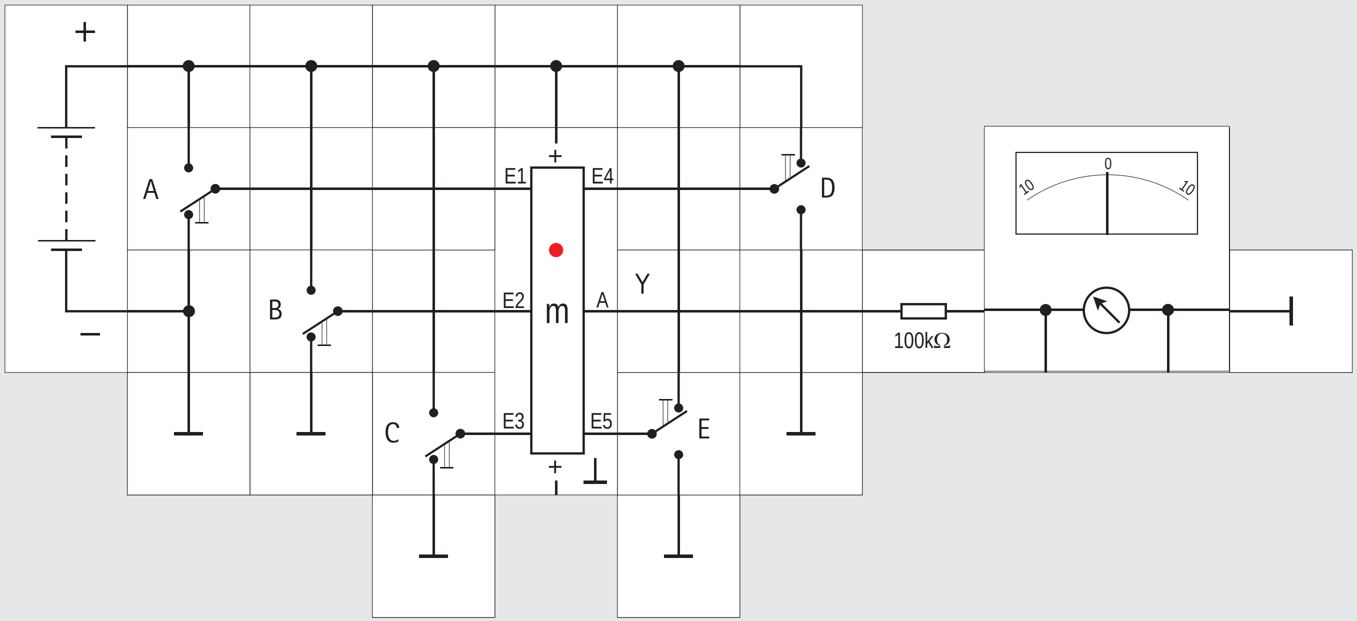
Versuch 18

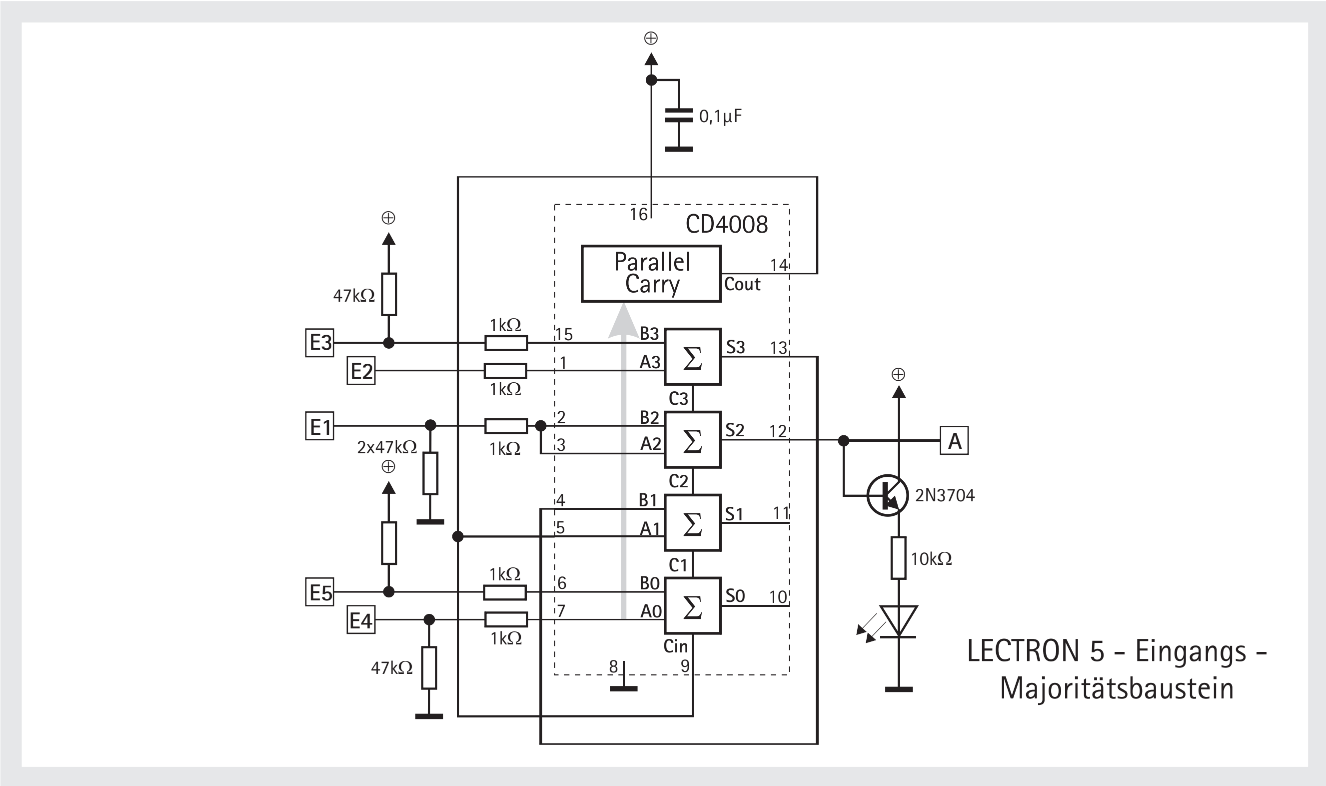
Optimierte 5 - Eingangs - Majoritätsverknüpfung

Ausgehend von der Funktionsgleichung der Majoritätsverknüpfung mit fünf Variablen können wir nach dem vorgestellten Verfahren von Cohn und Lindamann versuchen, eine Lösung ohne UND - und ODER - Verknüpfungen zu finden. Dieses Verfahren liefert zwar eine Lösung, die aber nicht die minimale Anzahl von Verknüpfungen aufweist.
Ein von Akers entwickeltes und von Negrin verbessertes Verfahren verfolgt einen anderen Weg und liefert nahezu optimale Lösungen unter Ausnutzung der Selbstdualität. Ausgehend von der Wahrheitstafel der zu realisierenden Funktion werden iterativ nach bestimmten Regeln Majoritätsverknüpfungen mit jeweils drei Eingangsvariablen gebildet und die Spalte, die dieser Verknüpfung entspricht, der Wahrheitstafel hinzugefügt. Dadurch kann die Wahrheitstafel immer mehr vereinfacht werden, bis schließlich die Funktion mit 3 - Eingangs - Majoritätsschaltgliedern realisierbar ist.
Wer sich für das Syntheseverfahren interessiert, findet die einzelnen Schritte an Beispielen im Anhang dargestellt, da sie hier den Rahmen sprengen würden. Auf unser Problem angewendet liefert das Verfahren die im Versuchsaufbau dargestellte Schaltung mit der minimalen Anzahl von Verknüpfungsbausteinen und - wie wir vermuteten - ohne UND - und ODER - Verknüpfungen.
Die Zuordnung der Namen zu den Eingangssignalen ist willkürlich, da die Signale untereinander gleichwertig und deswegen austauschbar sind.

Versuch

19





LECTRON 5 - Eingangs - Majoritätsbaustein

Versuch 19

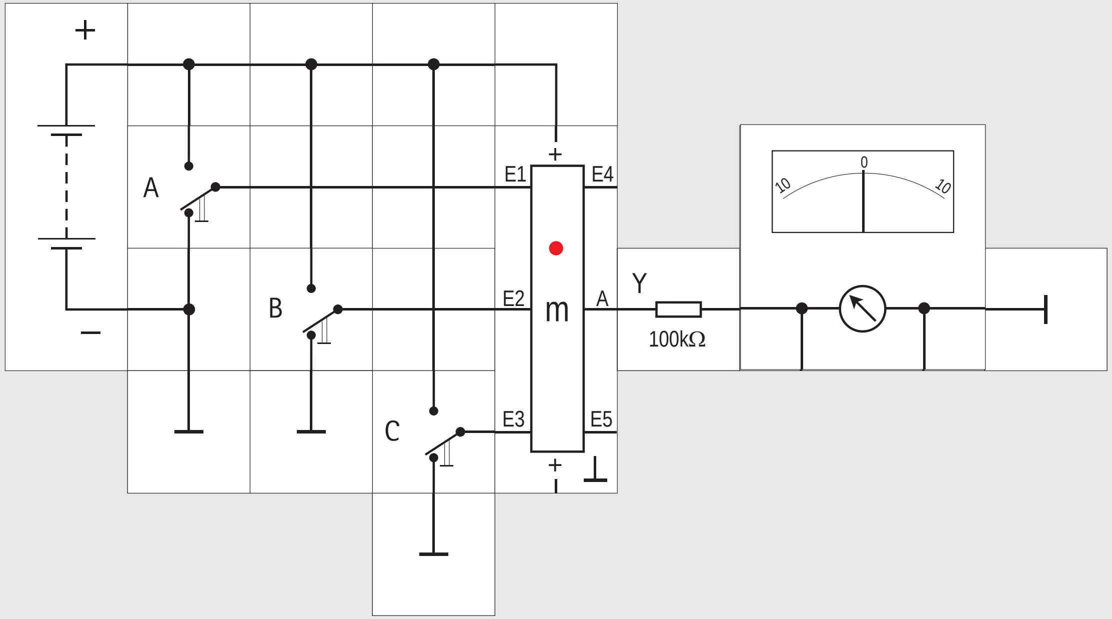
5 – Eingangs – Majoritätsbaustein

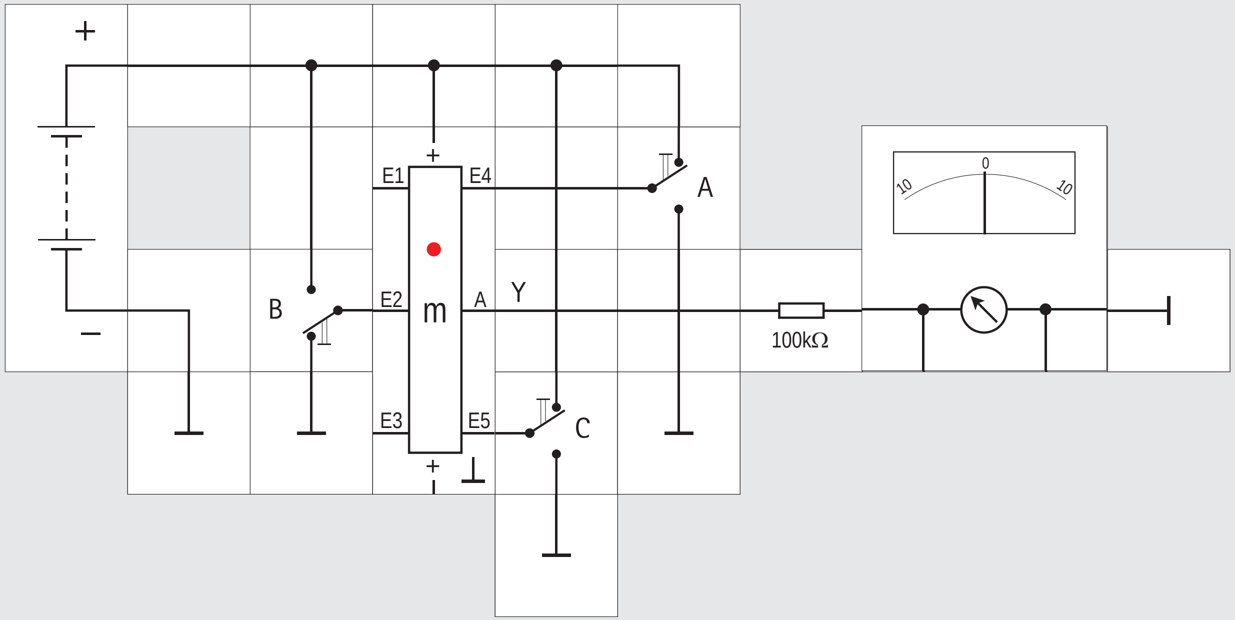
Die Firma Motorola hat 1973 für ihre CMOS - Schaltkreisfamilie einen integrierten Baustein MC 14530 auf den Markt gebracht, der zwei 5 - Eingangs - Majoritätsschaltglieder enthielt. Die Ausgänge konnten in ihrer Polarität durch ein zusätzliches Steuersignal umgeschaltet werden. Im Gegensatz zum RCA - Baustein wurde die Majoritätsfunktion hier nicht durch Schwellenbewertung, sondern durch Aufbau aus herkömmlichen UND - und ODER - Logikbausteinen realisiert. Damit vermied man von vornherein Toleranzprobleme beim Summieren und Bewerten. Dieser Baustein wird leider nicht mehr hergestellt und ist entsprechend auch nur noch schwer beschaffbar. Da man, wie wir gesehen haben, ein 5 - Eingangs - Majoritätsschaltglied aus vier 3 - Eingangs - Majoritätsschaltgliedern aufbauen kann und der bereits im LECTRON 3 - Eingangs - Majoritätsbaustein verwendete 4 Bit Volladdierer mit paralleler Übertragsbildung CD 4008 viermal die Majoritätsfunktion enthält, lässt er sich durch geeignete Beschaltung zu eben diesem Majoritätsbaustein umfunktionieren. Der Volladdierer ist also das Kernstück des LECTRON 5 - Eingangs - Majoritätsbausteins. Zwei seiner fünf Eingänge befinden sich auf der »Rückseite« des Dreierbausteins, auf den invertierten Ausgang musste aus Mangel an Kontaktplättchen verzichtet werden. Wenn wir ihn wie in der Versuchsschaltung beschalten, werden wir sehen, dass immer wenn drei oder mehr Signale an 1 liegen, sein Ausgang ebenfalls 1 abgibt und die Leuchtdiode leuchtet. Der Baustein führt die als Ausdruck der Schaltalgebra schon recht komplizierte Majoritätsfunktion von fünf Variablen aus:

$Y = A(B \vee C)(D \vee E) \vee C(B \vee E)(A \vee D) \vee E(A \vee B)(C \vee D)$

Versuch

20


+
−
A
B
C
E1
E2
E3
E4
E5
m
A
Y
100kΩ
10
0
10


+
−
A
B
C
E1
E2
E3
E4
E5
m
A
Y
100kΩ
10
0
10

Versuch 20

5 – Eingangs – Majoritätsbaustein als 3 – Eingangs – Majoritätsverknüpfung

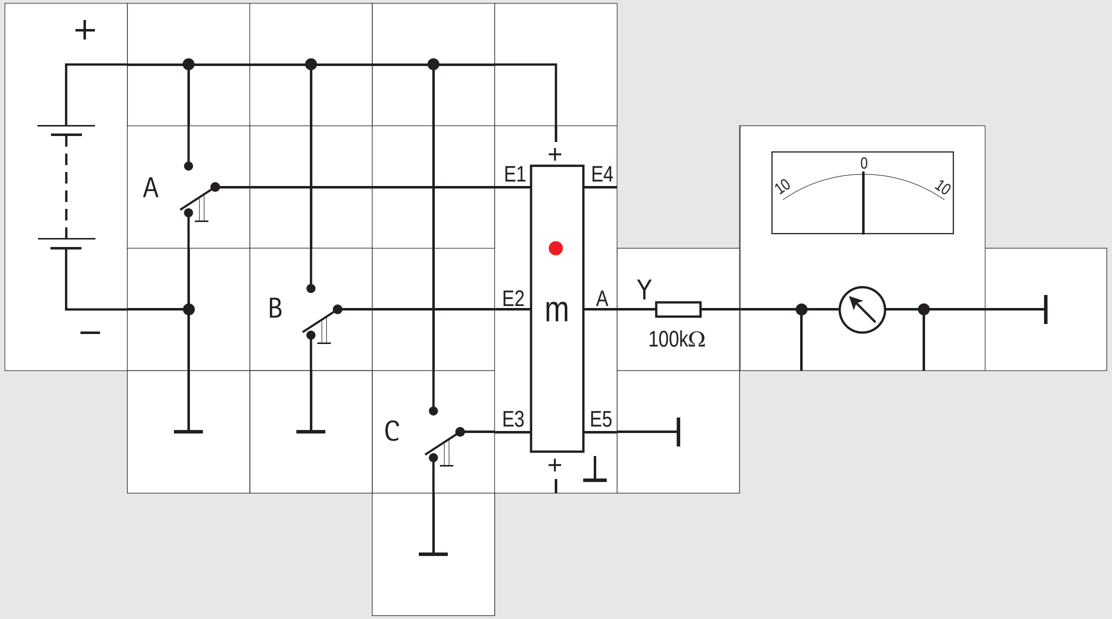
Der 5 - Eingangs - Majoritätsbaustein bietet uns noch mehr Einsatzmöglichkeiten als der Baustein mit drei Eingängen. Wir wollen diese Möglichkeiten alle vorstellen und beginnen damit, dass wir ihn natürlich auch als Majoritätsbaustein, der nur drei Eingangsvariable verknüpft, verwenden können. Einer der beiden dann nicht benutzten Eingänge muss an Masse (logisch 0), der andere an Versorgungsspannung (logisch 1) gelegt werden. 0 und 1 »neutralisieren« sich dann und die restlichen drei Variablen werden nach einer Majoritätsfunktion verknüpft.

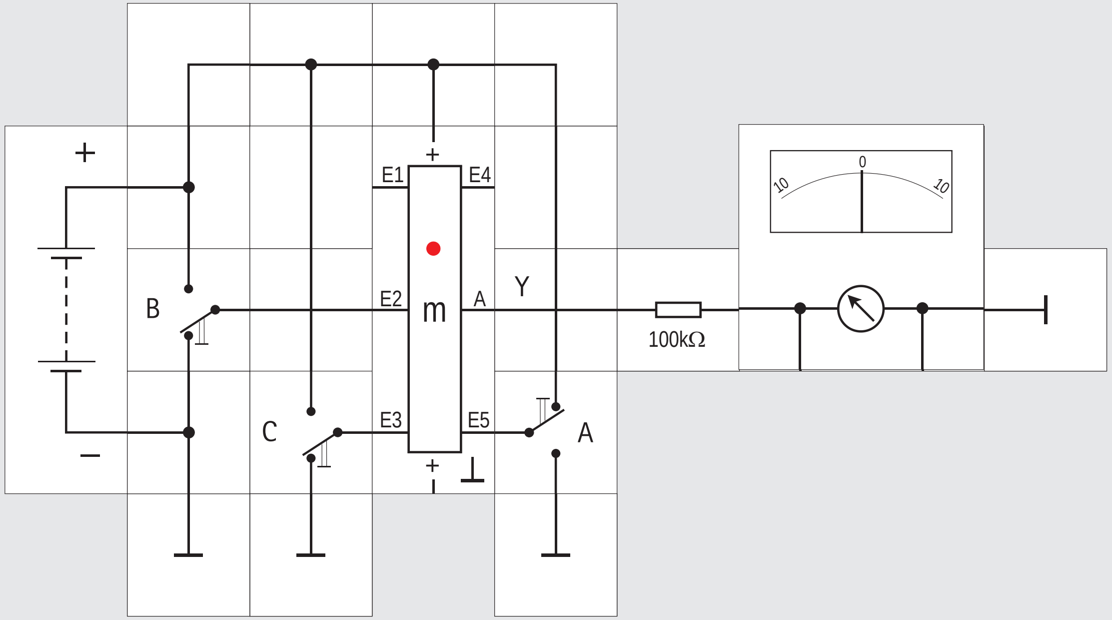
$$Y = A\#B\#C = m(A,B,C)$$

Bausteinintern sind die Eingänge E1 und E4 bereits hochohmig über jeweils einen 47 kΩ Widerstand mit Masse und die Eingänge E3 und E5 über weitere 47 kΩ Widerstände mit Versorgungsspannung verbunden. Soll mit dem Baustein also nur die Majorität von drei Variablen gebildet werden, empfehlen sich die beiden abgebildeten Versuchsaufbauten, da die intern beschalteten Eingänge offen bleiben können und so Bausteine gespart werden.
Ist es aufbautechnisch günstiger, eine der verbliebenen acht weiteren Möglichkeiten zu nehmen, müssen die nicht benutzten Eingänge passend beschaltet werden, damit die Majoritätsfunktion korrekt gebildet wird.

Versuch

21


+
−
A
B
C
E1
E2
E3
E4
E5
A
m
+
+
Y
100kΩ
10
0
10


+
−
B
C
A
E1
E2
E3
E4
E5
A
m
+
+
Y
100kΩ
10
0
10

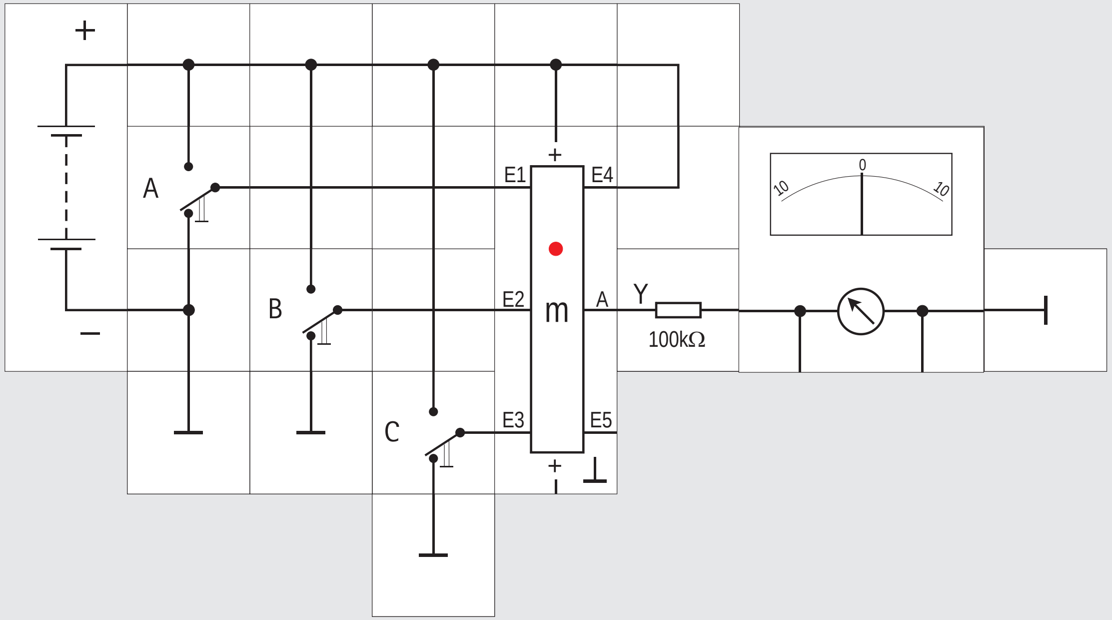
Versuch 21

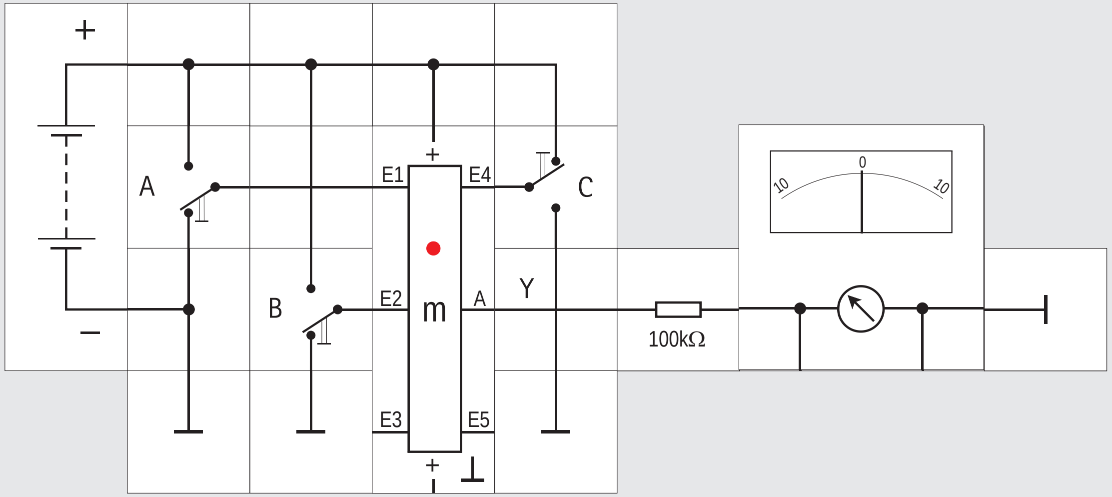
UND – Verknüpfung mit drei Variablen

Legen wir zwei Eingänge des Majoritätsbausteins fest an 0, so müssen die drei restlichen 1 sein, damit auch der Ausgang 1 wird. Dies ist gerade die UND - Funktion

$$Y = A \wedge B \wedge C$$

Unser 5 - Eingangs - Majoritätsbaustein kann somit bei passender Beschaltung als UND - Baustein für drei Variable eingesetzt werden. Wegen der bausteininternen hochohmigen Verbindung mit Masse brauchen die Eingänge E1 und E4 extern nicht an Masse gelegt zu werden. Die abgebildeten Versuchsschaltungen sollten bevorzugt verwendet werden, wenn wir Bausteine sparen wollen.


+
−
A
B
C
E1
E4
E2
E3
E5
m
A
Y
100kΩ
10
0
10


+
−
A
B
C
E1
E4
E2
E3
E5
m
A
Y
100kΩ
10
0
10

Versuch 22

ODER - Verknüpfung mit drei Variablen

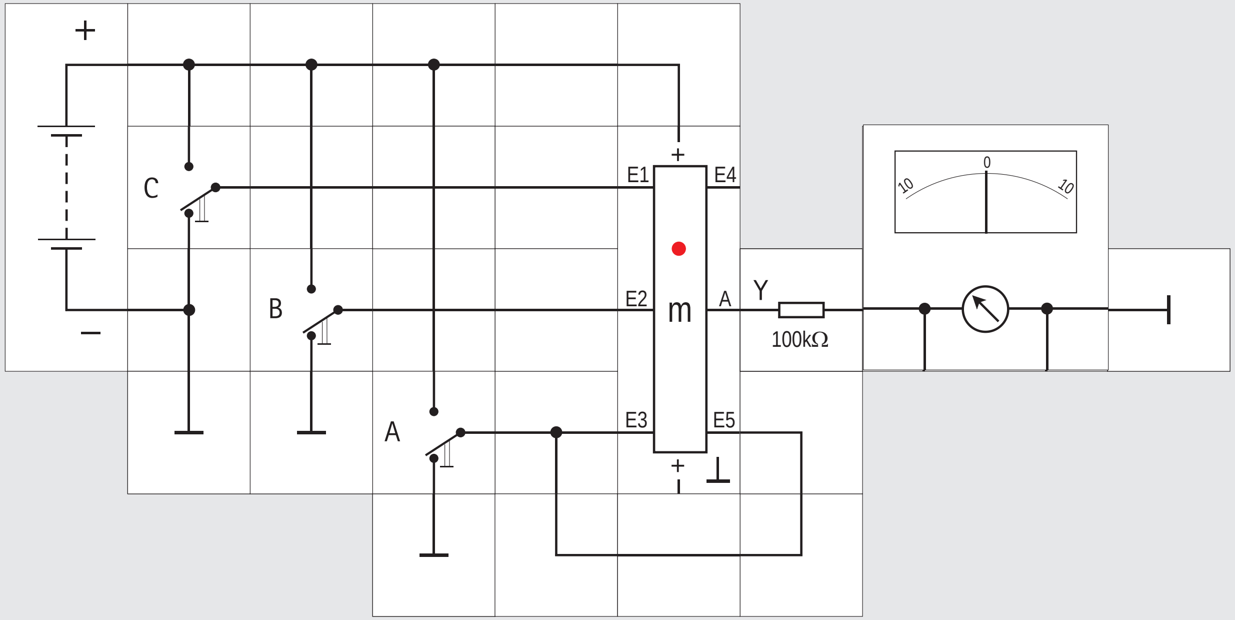
Legen wir zwei Eingänge des Majoritätsbausteins dagegen fest an 1, so reicht es, wenn einer der drei restlichen 1 ist, damit auch der Ausgang 1 wird. Dies ist die bekannte ODER - Funktion

$$Y = A \vee B \vee C$$

Unser 5 - Eingangs - Majoritätsbaustein kann bei passender Beschaltung auch als ODER - Baustein für drei Variable eingesetzt werden. Wegen der bausteininternen hochohmigen Verbindung mit Versorgungsspannung brauchen die Eingänge E3 und E5 extern nicht an logisch 1 gelegt zu werden. Die abgebildeten bausteinsparenden Versuchsschaltungen sollten wieder bevorzugt verwendet werden.

Versuch

23



Versuch 23

UND - ODER - Verknüpfung

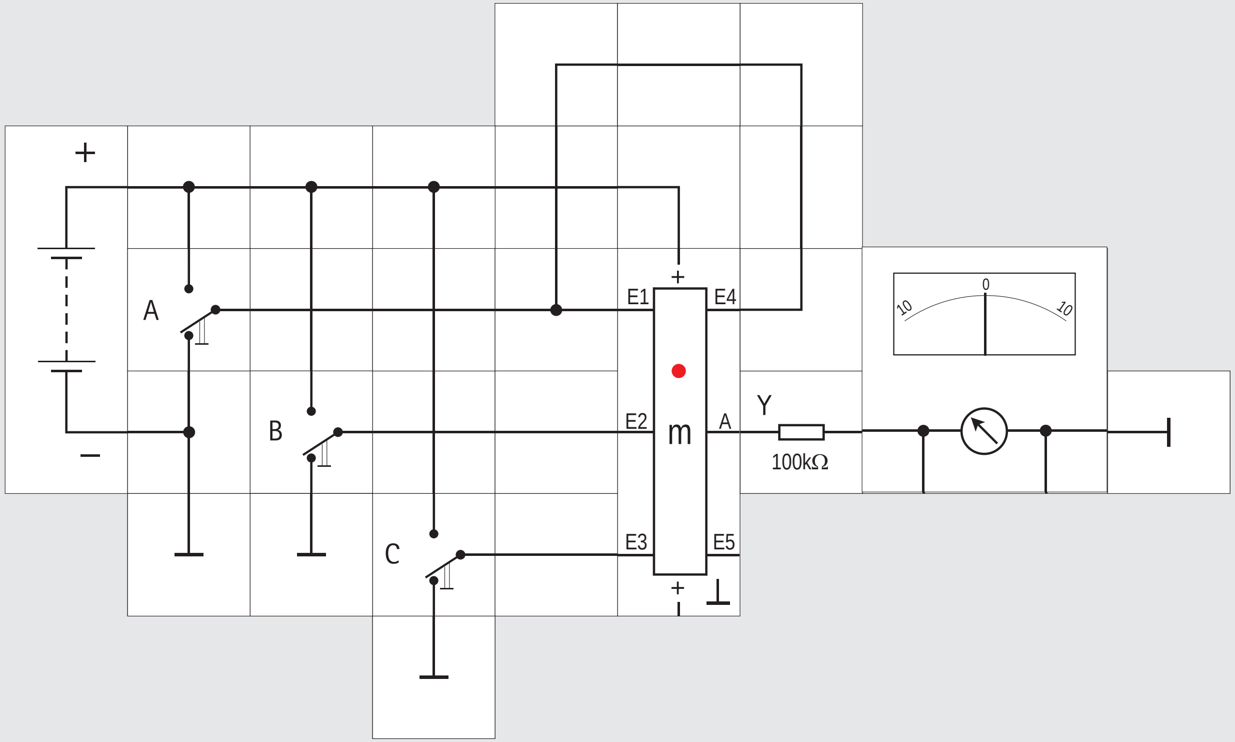
Beim Majoritätsbaustein mit fünf Eingängen haben wir im Gegensatz zum Baustein mit drei Eingängen die Möglichkeit, eine Variable auf zwei Eingänge zu geben, sie also doppelt zu gewichten. Das können wir beim Baustein mit drei Eingängen zwar ebenfalls tun, ergibt aber nur die Identitätsfunktion, da diese Variable allein den Ausgang bestimmt.
Wir geben also A auf zwei Eingänge und legen zudem einen Eingang auf 0, indem wir E4 unbeschaltet lassen. Der Majoritätsbaustein bildet dann die UND - ODER - Funktion

$$Y = A(B \vee C)$$

wie wir sie auch vom Schwellwertelement her kennen.

Versuch

24



Versuch 24

ODER - UND - Verknüpfung

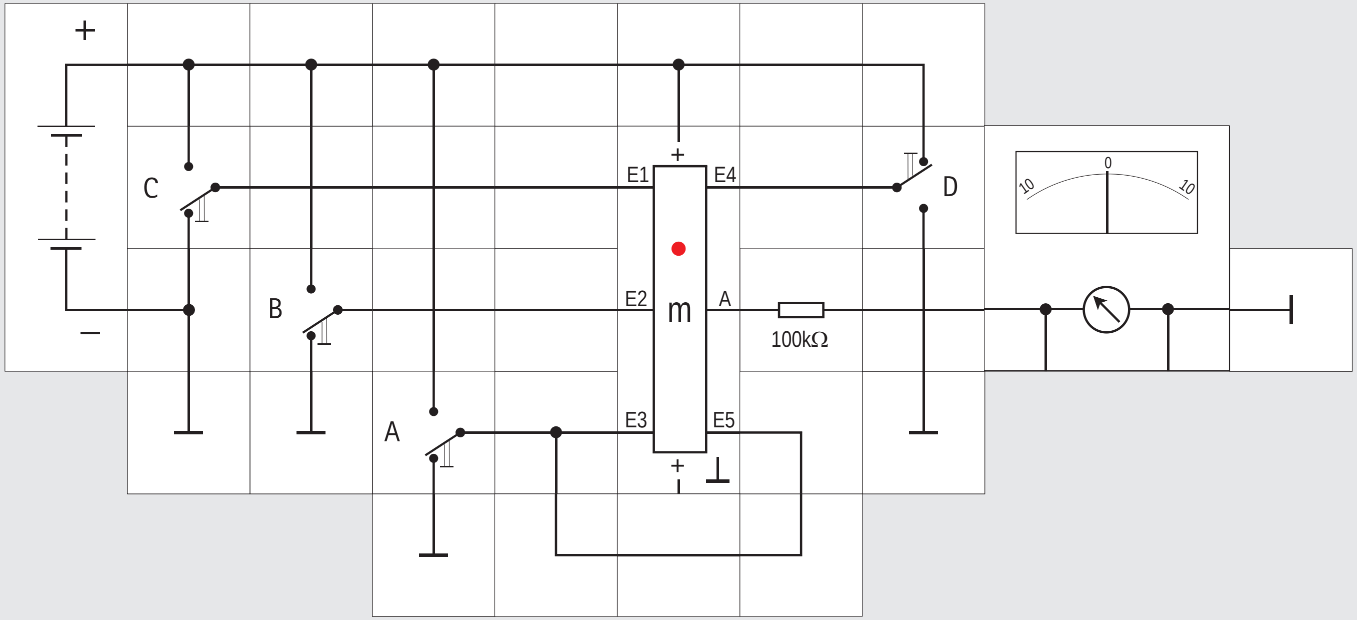
Geben wir statt der 0 eine 1 auf den Baustein, erhalten wir die duale Funktion zu der des Versuchs 23. Die doppelt gewichtete Variable A wird jetzt auf die Eingänge E1 und E4 gegeben, E5 bleibt offen, da er intern hochohmig an Versorgungsspannung liegt. Der Baustein erzeugt jetzt die ODER - UND - Verknüpfung

$$Y = A \vee BC$$

Auch diese Funktion kennen wir bereits aus den Versuchen mit dem Schwellwertelement.

Versuch

25



Versuch 25

UND – ODER – Verknüpfung für vier Variable

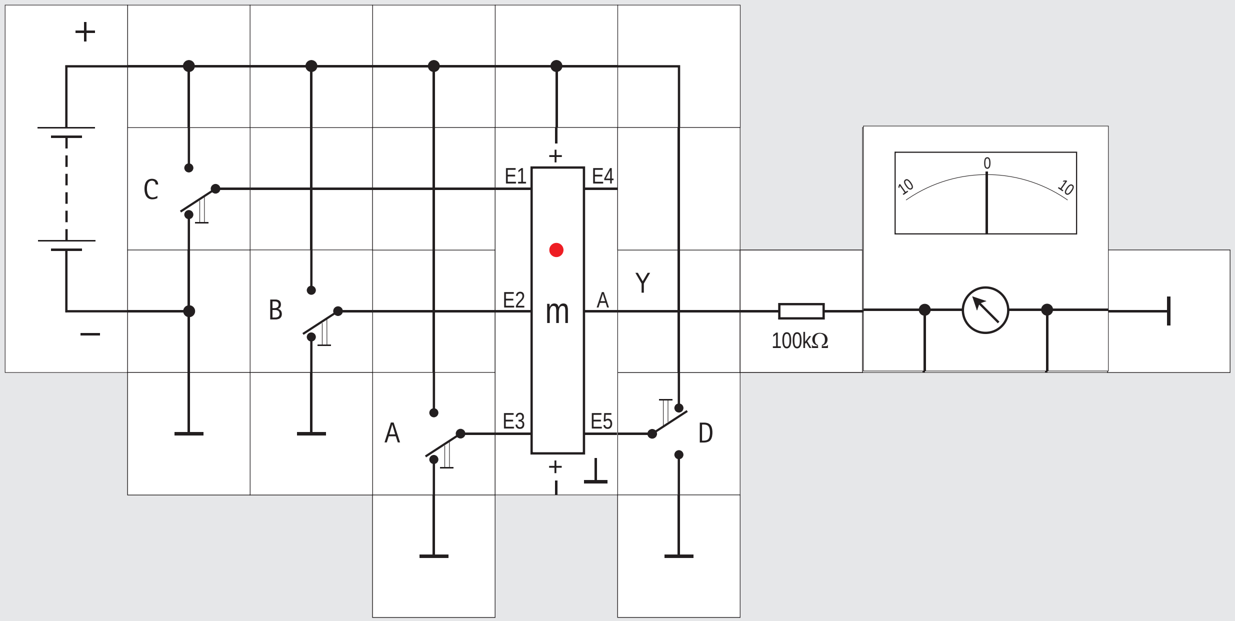
Bei sonst gleicher Eingangsbeschaltung können wir den mit fest auf 0 oder 1 liegenden Eingang ebenfalls mit einer Variablen D umschaltbar gestalten. Der Majoritätsbaustein führt damit die ebenfalls mit dem Schwellwertelement erzeugbare Funktion

$$Y = A(B \vee C \vee D) \vee BCD$$

aus.

Versuch

26



Versuch 26

Mindestens – 3 – von – 4 – Verknüpfung

Geben wir bei unserem Versuchsaufbau die doppelte Gewichtung der Variablen A auf und legen stattdessen einen Eingang (E4) wieder fest an 0, erhalten wir eine weitere Funktion, die der Majoritätsbaustein nun ausführt:

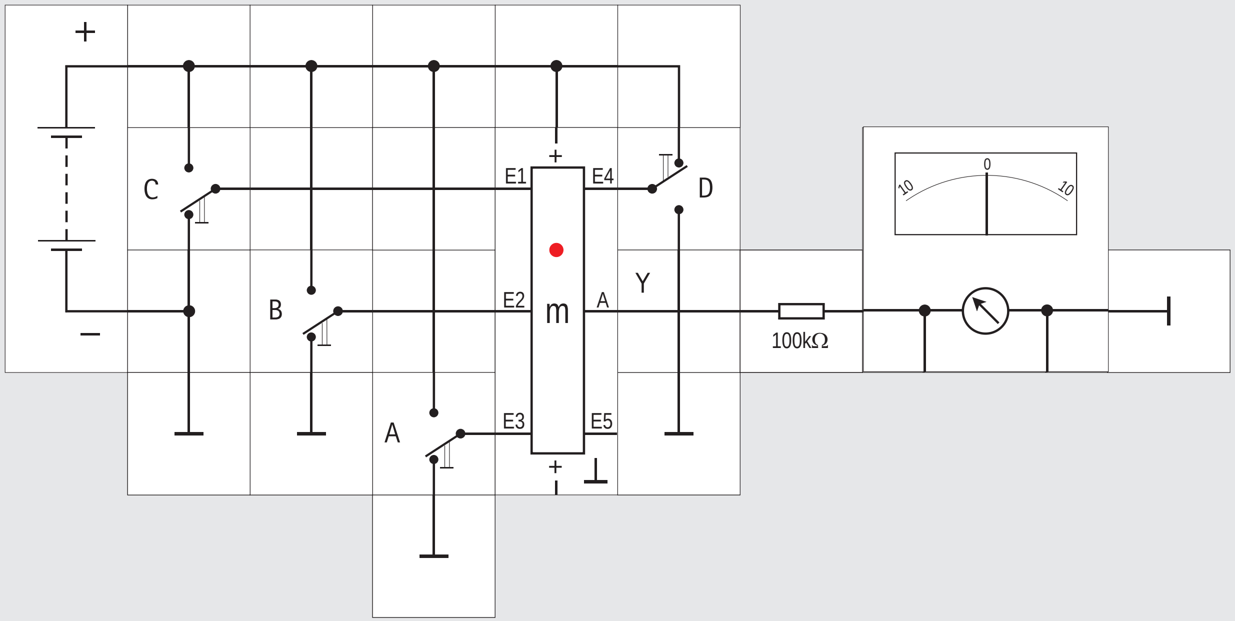
$$Y = A(BC \vee BD \vee CD) \vee BCD$$
$$Y = A \wedge m(B,C,D) \vee BCD$$
$$Y = A(B\#C\#D) \vee BCD$$

Da alle vier Variablen gleichwertig sind, können wir statt A auch eine andere Variable ausklammern, z.B.

$$Y = B(A\#C\#D) \vee ACD$$

Versuch

27



Versuch 27

Mindestens – 2 – von – 4 – Verknüpfung

Als letzte sinnvolle Möglichkeit, legen wir einen Eingang (E5) fest an 1 und erhalten die Funktion

$$Y = A(B\vee C\vee D) \vee BC\vee BD\vee CD$$

$$Y = A(B\vee C\vee D) \vee m(B,C,D)$$

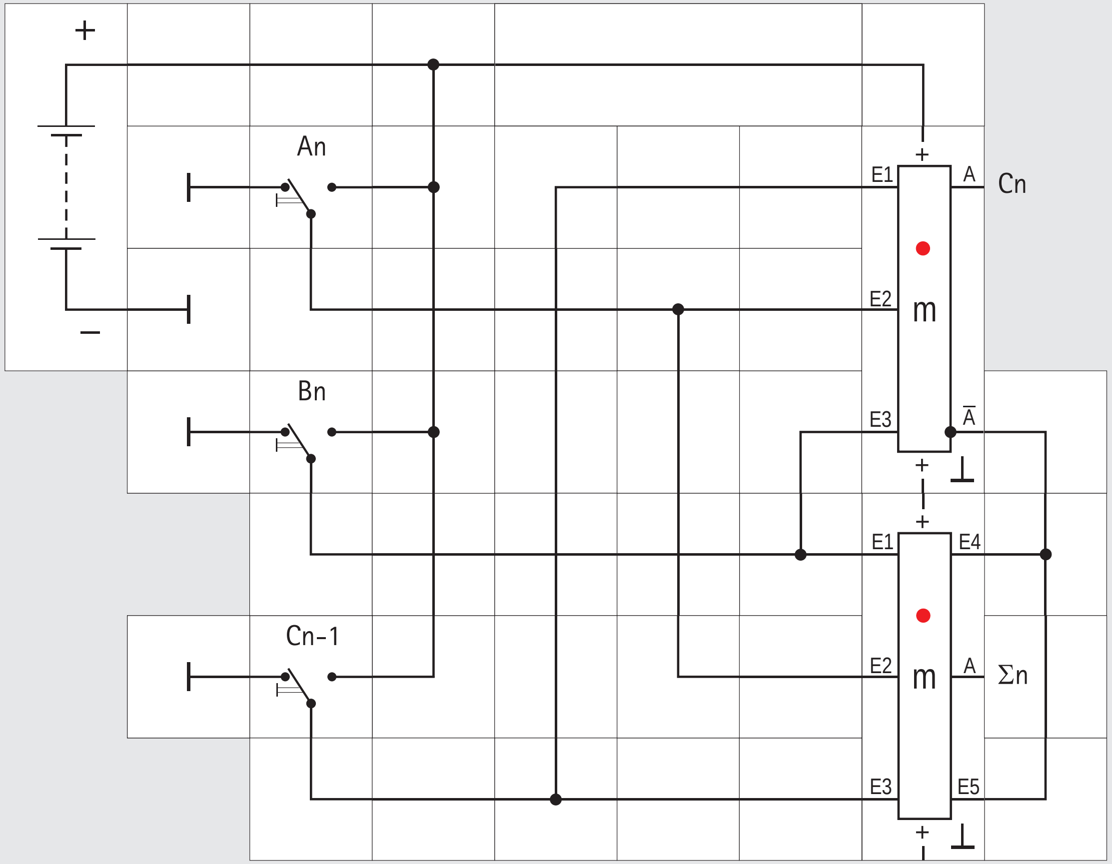
$$Y = A(B\vee C\vee D) \vee (B\#C\#D)$$

Auch hier kann wieder eine beliebige andere Variable ausgeklammert werden.
Die weitere Möglichkeit zwei Variable doppelt zu gewichten, bringt nichts Neues mehr, es entsteht lediglich die bereits bekannte Majoritätsfunktion für drei Variable.
Wir haben mit dem Majoritätsbaustein für fünf Eingangsvariable einen wirklich universellen Verknüpfungsbaustein, der je nach Beschaltung relativ komplexe Ausdrücke der Schaltalgebra erzeugt. In der folgenden Tabelle sind sie noch einmal zusammen gestellt und können mit denen des Schwellwertelements verglichen werden.

Eingänge					Ausgang Y		
A	B	C	D	E	$A(B\vee C)(D\vee E)\vee C(B\vee E)(A\vee D)\vee E(A\vee B)(C\vee D)$		
A	B	C	1	0	$AB\vee AC\vee BC$	$= m(A,B,C)$	$= A\#B\#C$
A	B	C	0	0	ABC		
A	B	C	1	1	$A\vee B\vee C$		
A	A	B	C	0	$A(B\vee C)$		
A	A	B	C	1	$A\vee BC$		
A	A	B	B	C	$AB\vee AC\vee BC$	$= m(A,B,C)$	$= A\#B\#C$
A	A	B	C	D	$A(B\vee C\vee D)\vee BCD$		
A	B	C	D	0	$A(BC\vee BD\vee CD)\vee BCD$		$= A(B\#C\#D)\vee BCD$
A	B	C	D	1	$A(B\vee C\vee D)\vee(BC\vee BD\vee CD)$		$= A(B\vee C\vee D)\vee(B\#C\#D)$

Versuch

28



Versuch 28

Volladdierer aus zwei Majoritätsbausteinen

Beim Vergleich der Verknüpfungen des 5- Eingangs - Majoritätsbausteins mit denen des RCA - Schwellwertelements aus Versuch 10 kann uns der Gedanke kommen, dass der Aufbau einer Volladdierstufe mit dem Majoritätsbaustein möglich sein müsste.

Der Übertrag C_n wird wie gewohnt aus einem Majoritätsbaustein mit drei Eingängen (A_n, B_n, C_{n-1}) gewonnen. Diese drei Eingänge legen wir auch an den 5 - Eingangs - Majoritätsbaustein; so ist bereits sichergestellt, dass $\Sigma_n = 1$, wenn $A_n = B_n = C_{n-1} = 1$.

Nun gucken wir ab, wie beim Addierer mit dem Schwellwertelement die weitere Verdrahtung ist und verbinden die noch beiden offenen Eingänge E4 und E5 probeweise mit $\overline{C}_n$. Wir wollen sehen, was diese Maßnahme bewirkt.

Ist nur eine der drei Eingangsvariablen A_n, B_n, C_{n-1} logisch 1, wird $C_n = 0$ und $\overline{C}_n$ sorgt mit 1 dafür, dass die Summe $\Sigma_n = 1$ wird, was wir auch so benötigen.

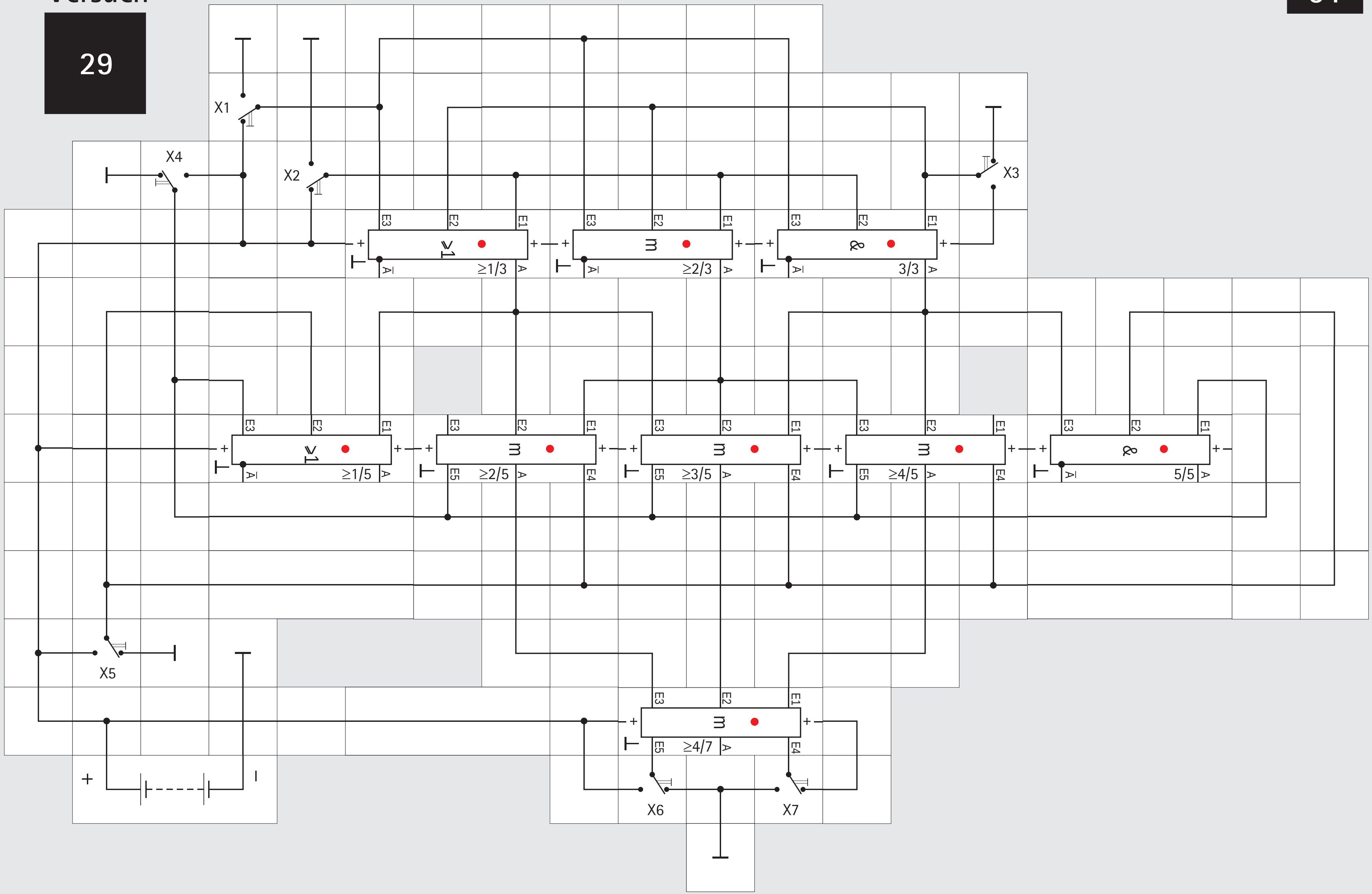
Sind zwei Eingangsvariable 1, darf die Summe nicht 1 sein; $\overline{C}_n = 0$ verhindert dies auch.

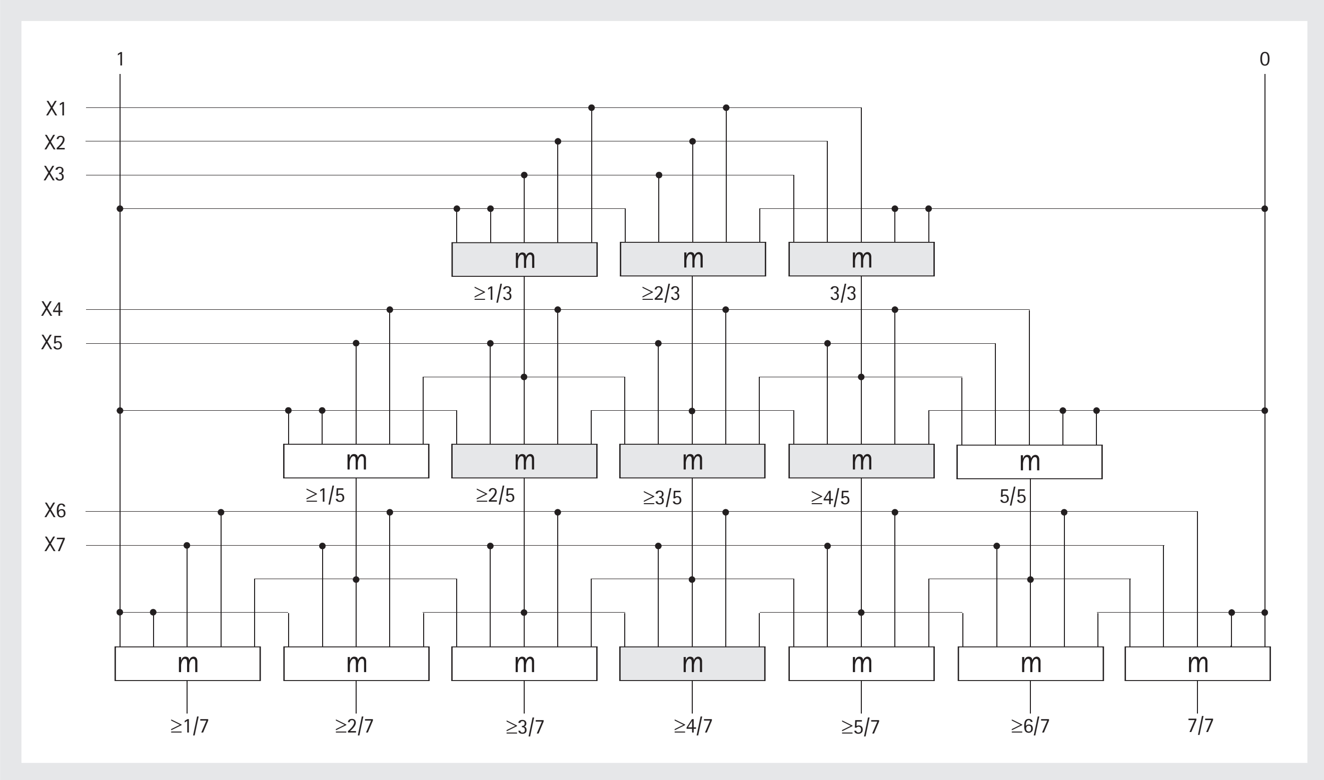
$\overline{C}_n = 0$ würde dies auch verhindern, wenn alle drei Eingangsvariable gleich logisch 1 sind, wird aber durch die restlichen drei Eingänge, an denen die drei Variablen direkt liegen, überstimmt.

Unsere mit ein wenig Überlegung und ein wenig Abgucken entstandene Versuchsschaltung liefert uns die Funktionen C_n und Σ_n eines Volladdieres. Da wir nur zwei Bausteine eingesetzt haben, müssen wir auf die Borrow - Funktion verzichten.

Versuch

29





Versuch 29

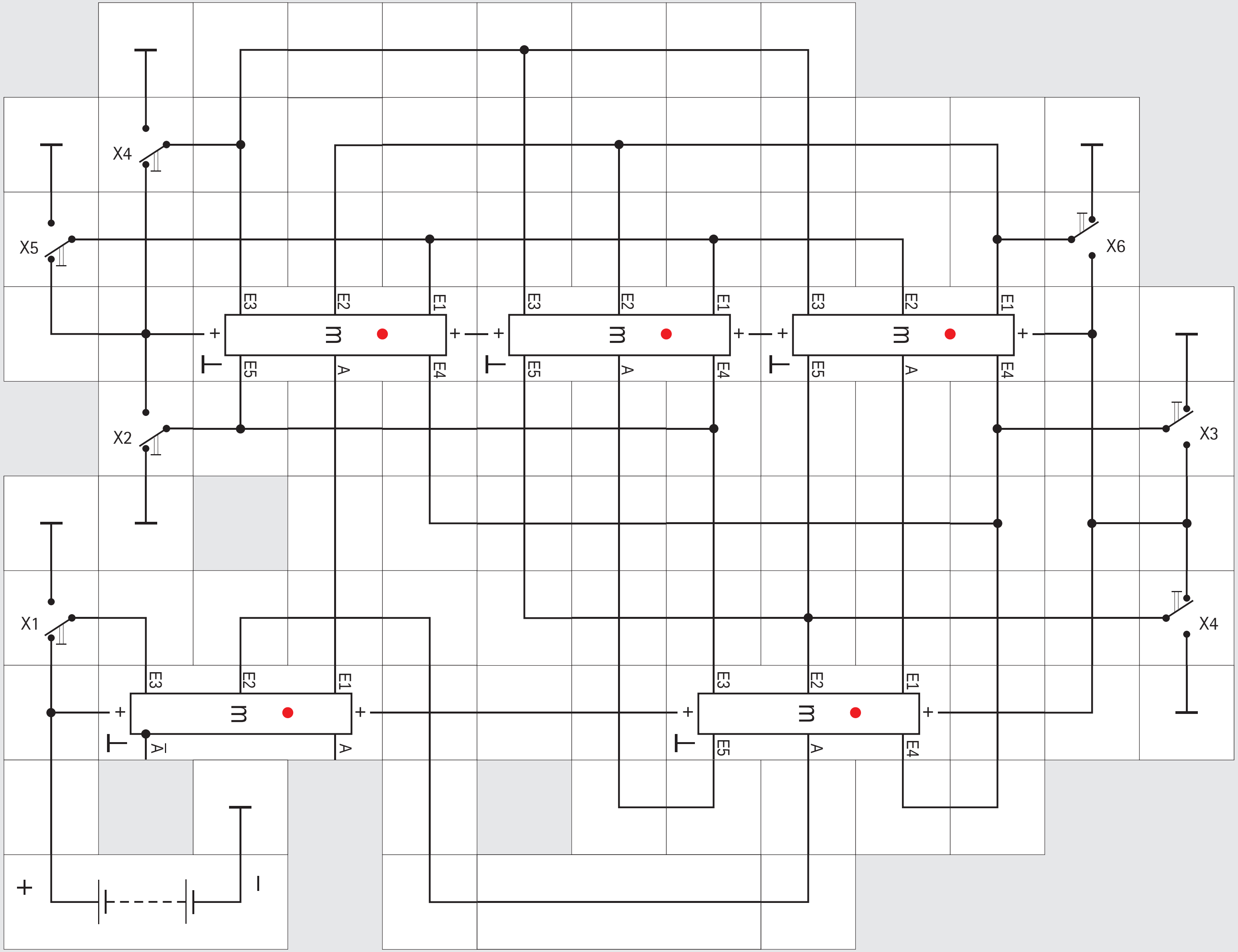
Codeprüfungsnetzwerk aus 5 - Eingangs - Majoritätsbausteinen

Das Netzwerk für Codeprüfungen aus Versuch 14 lässt sich auch mit 5 - Eingangs - Majoritätsbausteinen aufbauen. Es hat den Vorteil, dass wegen der höheren Eingangszahl pro Baustein immer gleich zwei Variable pro Zeile hinzukommen. Nach zwei Zeilen sind wir also bereits bei den Funktionen ≥1/5, ≥2/5, ..., 5/5.

Links in dem Versuchsaufbau befinden sich in gewohnter Weise die ODER - Verknüpfungen, rechts die UND - Verknüpfungen. Der jeweils zweite Majoritätsbaustein in einer Zeile muss an einem Eingang eine 1 haben; der entsprechende Eingang E3 ist deswegen offen. Entsprechendes trifft für den vorletzten Baustein einer Zeile zu: Er benötigt an einem Eingang eine 0, E1 ist deswegen offen. Aus Mangel an Bausteinen haben wir aus der dritten Zeile nur noch den mittleren Baustein mit der Funktion ≥4/7 verdrahtet. Diese Funktion entspricht einer Majoritätsfunktion von sieben Variablen (in der Abbildung sind die Bausteine grau hinterlegt). Sie lässt sich, hätten wir nur die für sie im Netzwerk nötigen Verknüpfungen aufgebaut, mit sieben Bausteinen realisieren; (ein ODER und ein UND wären noch weggefallen). Im nächsten Versuch werden wir sehen, dass dies nicht die optimale Realisierung der Funktion ist.

Versuch

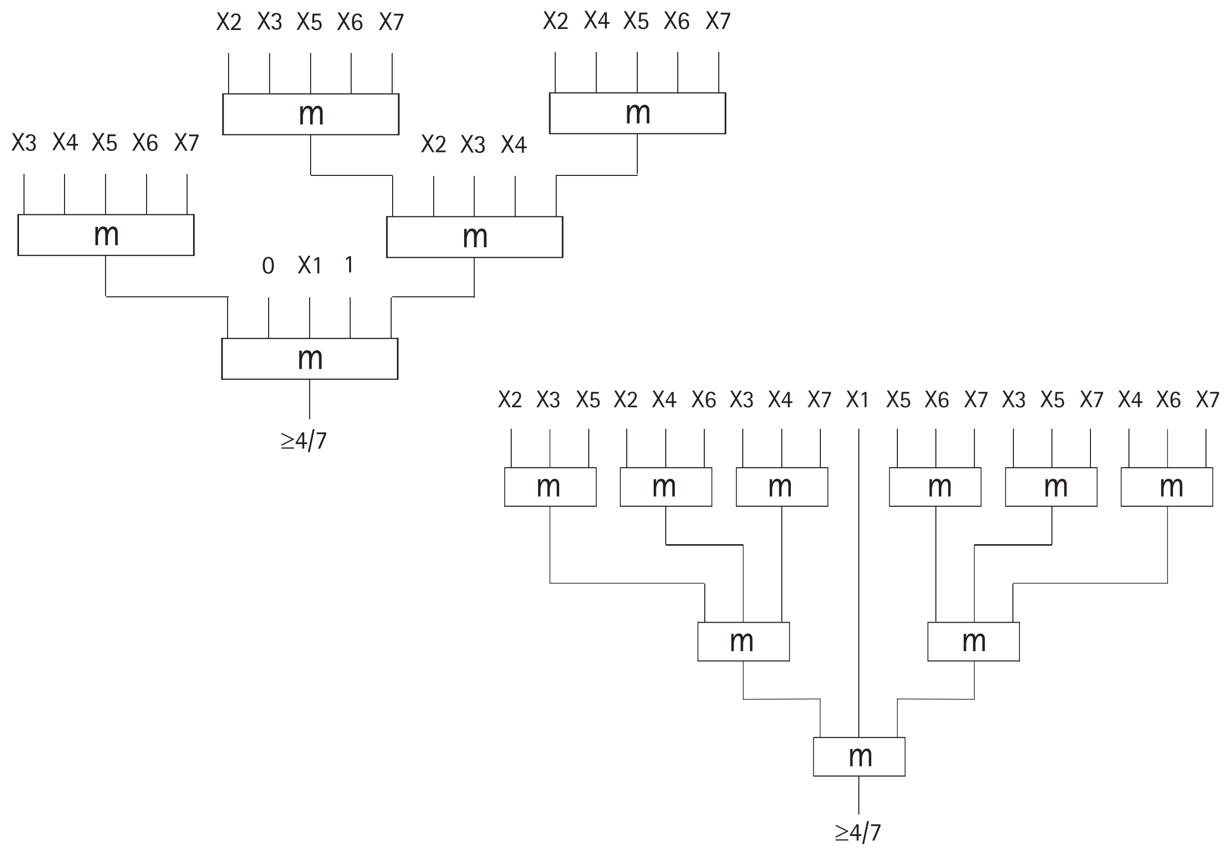
30



Versuch 30

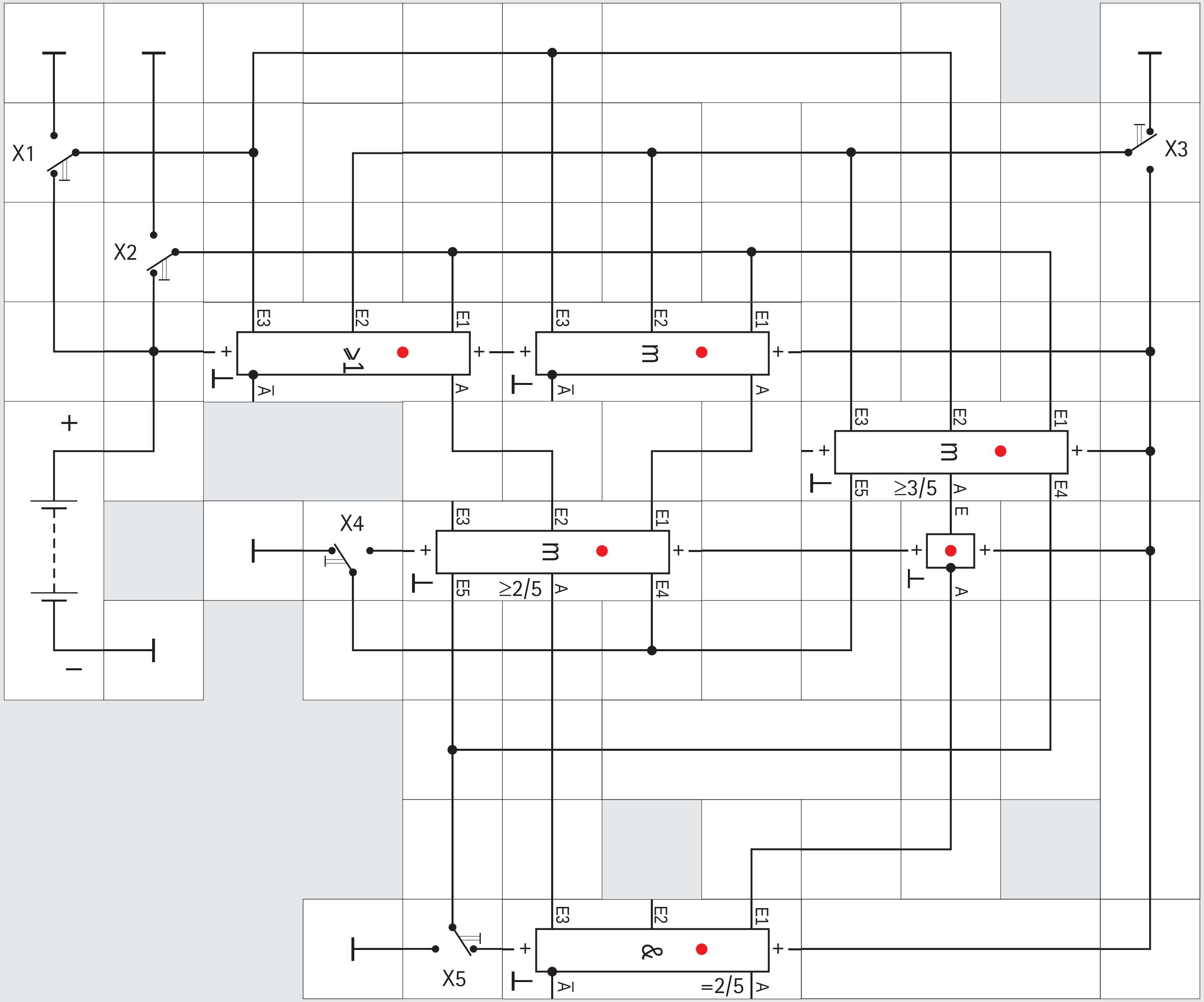
7 - Eingangs - Majoritätsverknüpfung mit minimaler Bausteinanzahl

Die Schaltung des vorherigen Versuchs für die 7 - Eingangs - Majoritätsverknüpfung weist noch ODER - und UND - Verknüpfungen auf, die - wie wir bereits wissen - bei selbstdualen Funktionen, wie der Majoritätsfunktion, nicht nötig sind. Es gibt also bestimmt eine Realisierung mit weniger Bausteinen und unser Versuchsaufbau zeigt die Lösung mit vier 5 - Eingangs - Bausteinen und einem 3 - Eingangs - Baustein. Die Signale lassen sich gegeneinander austauschen, da sie gleichwertig sind.
Der Vollständigkeit halber ist auch die Realisierung dieser Verknüpfung mit der minimalen Anzahl von 3 - Eingangs - Bausteinen angegeben. Wir können sie jedoch aus Mangel an Bausteinen und Platz nicht aufbauen.



Versuch

31



Versuch 31

Optimierte Prüfschaltung für 2 aus 5 – Code

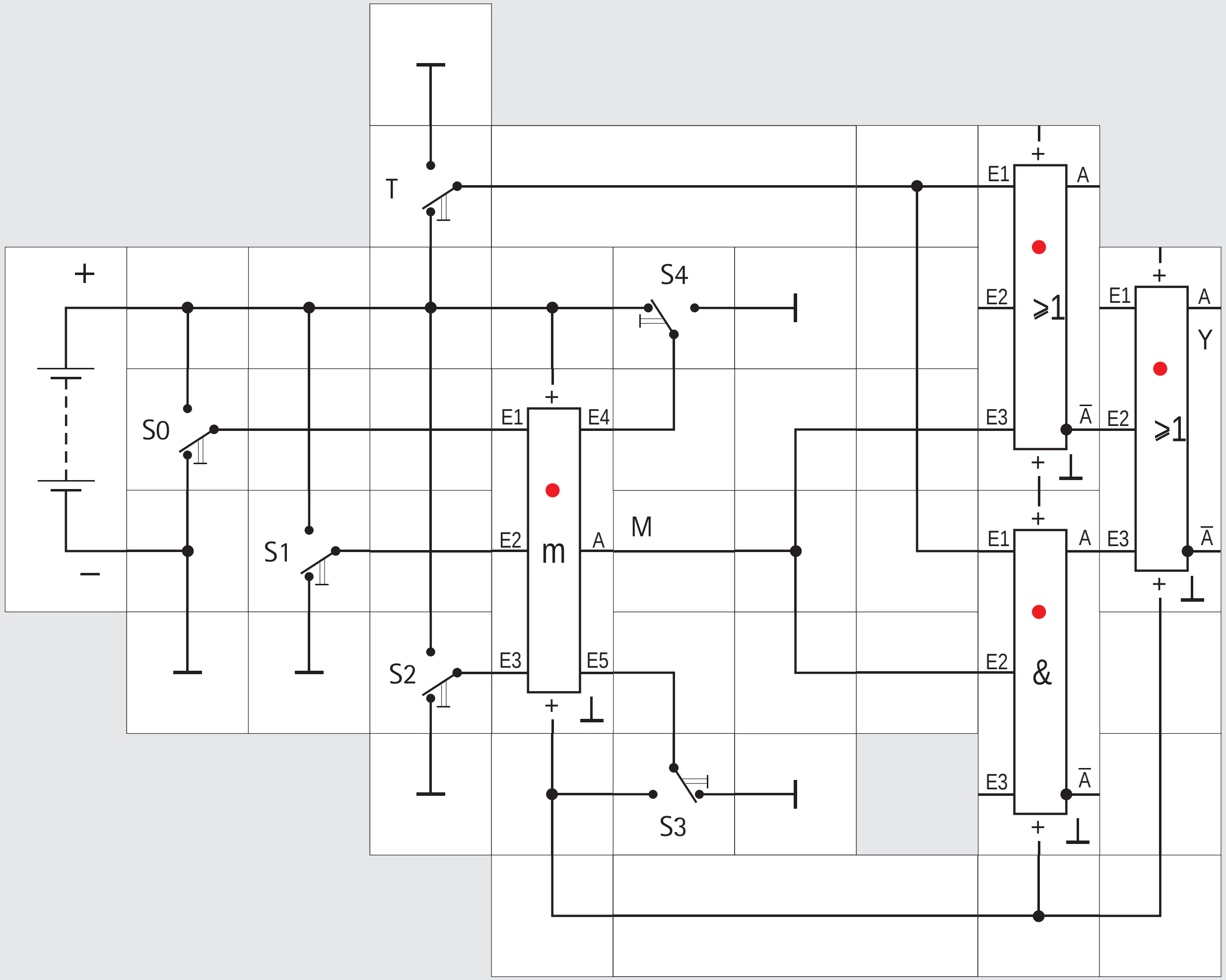
An einem weiteren Beispiel soll gezeigt werden, dass Prüfschaltungen für spezielle Code sich mit weniger Aufwand als im universellen Codeprüfnetzwerk realisieren lassen. Wollen wir beispielsweise gültige Codewörter des 2 aus 5 - Codes selektieren brauchen wir aus der Schaltung des Versuchs 29 die Funktionen ≥2/5 und ≥3/5, wozu dort fünf Bausteine benötigt werden. ≥3/5 muss invertiert zusammen mit ≥2/5 auf ein UND - Gatter gegeben werden (Versuch 15), um die Funktion =2/5 zu erhalten; dies kostet den sechsten Baustein; der Inverter ist nicht gerechnet, da das invertierte Signal in der Praxis meistens ebenfalls vorhanden ist.

Nehmen wir nun nur die Funktion ≥2/5, so benötigen wir dafür drei Bausteine aus dem Netzwerk. Ein weiterer Majoritätsbaustein mit fünf Eingängen liefert uns mit seiner Grundverknüpfung bereits die Funktion ≥3/5. Wie vorstehend geben wir sie invertiert zusammen mit ≥2/5 auf einen UND - Baustein und erhalten die gewünschte Aussage mit einem Baustein weniger Aufwand.

Obwohl Netzwerke scheinbar umständlich mit zu vielen Schaltgliedern aufgebaut sind, wird dieser Nachteil durch das einfache, regelmäßige Schema der Verknüpfung aufgewogen, weil es damit eine Bedingung für die Großintegration, bei der alles auf einem Kristall gefertigt wird, erfüllt. Außerdem können wir an einem regelmäßigen Muster besser erkennen, wie die Schaltung es »anstellt«, zu dem richtigen Ergebnis zu kommen. Wir erhalten dadurch ein gutes Verständnis für die Majoritätsfunktion und können sie für ähnlich gelagerte Probleme bes-

Versuch

32



Versuch 32

Korrelation von 60%, 80%, 100%

Bisher haben wir das Majoritätsschaltglied hauptsächlich als steuerbares Universalgatter kennen gelernt, es hat aber eine weitere wichtige Eigenschaft, nämlich STOCHASTISCHE Informationen aufwandsarm verarbeiten zu können. Diese zufälligen oder regellosen Signale treten überall dort auf, wo Nutzsignale stark verrauscht sind, z.B. bei der Nachrichtenübermittlung aus dem Weltraum, aber auch bei der Bilderfassung, z.B. eines Röntgenbildes. Im Gegensatz zu den uns geläufigerenn DETERMINISTISCHEN (bestimmbaren) Signalen werden stochastische Signale durch Kennwerte der Statistik, wie Wahrscheinlichkeiten und Häufigkeiten dargestellt. Der momentane Wert eines stochastischen Signals hat keine Information. Um eine statistische Aussage machen zu können, muss das Signal über einen längeren Zeitabschnitt bekannt sein (dann kann man eine zeitliche Mittlung vornehmen) oder es muss gleichzeitig an mehreren voneinander unabhängigen Kanälen zur Verfügung stehen.

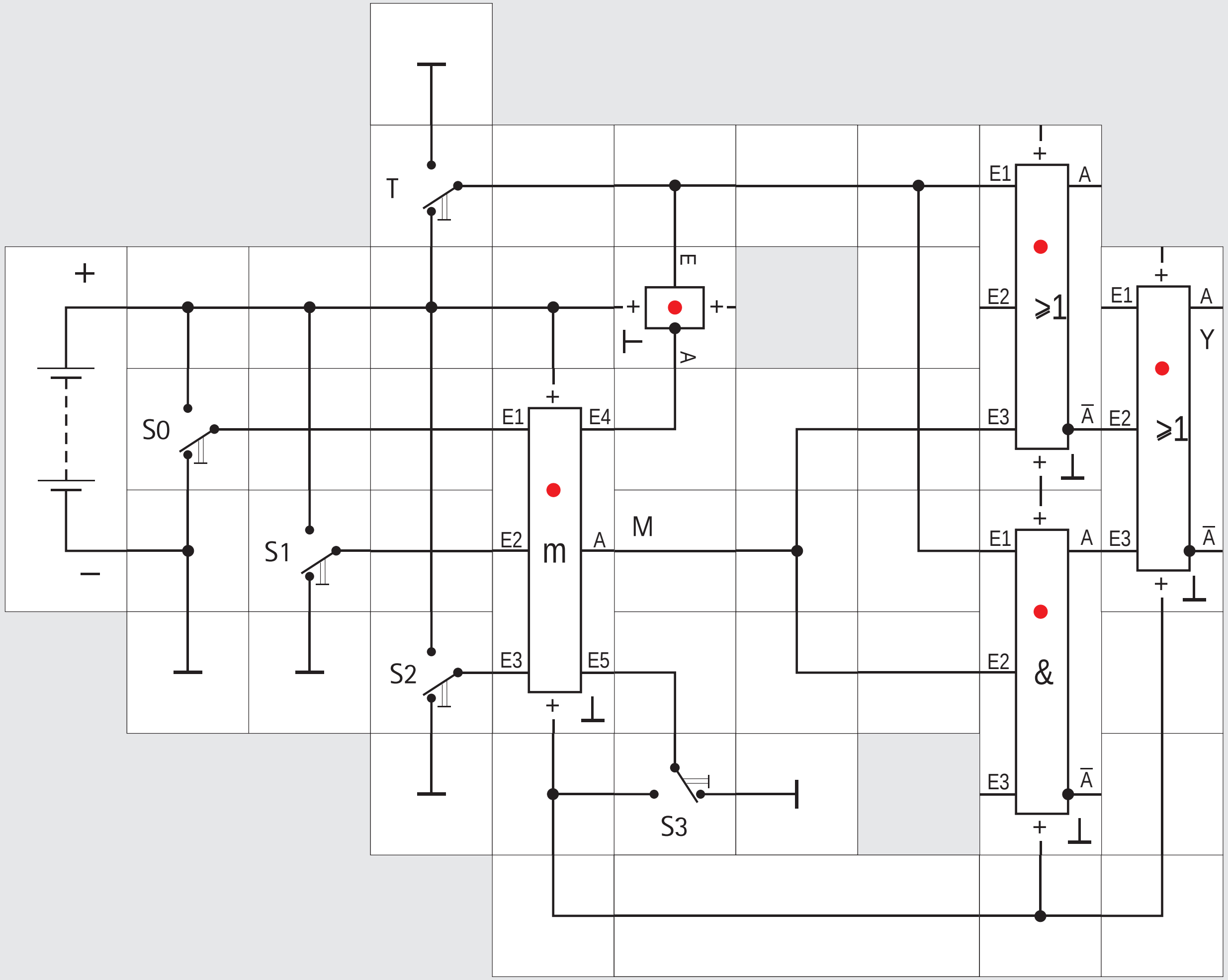
Wir wollen mit unsere Versuchsschaltung letzteres Problem lösen. Und zwar sollen fünf unabhängige Kanäle, welche zu einem Zeitpunkt ebenso viele Bits S0 bis S4 liefern mit einem Testbit T verglichen werden. Der Majoritätsbaustein liefert uns eine Aussage darüber, ob 3, 4 oder 5 Signale 0 oder 1 sind. Die folgenden drei Bausteine führen die Äquivalenzfunktion (EXNOR)

$$Y = (T \wedge M) \vee (\overline{T} \wedge \overline{M})$$

aus, so dass Y immer dann 1 ist, wenn 3, 4, oder 5 Signale mit T identisch sind oder - anders gesagt - eine KORRELATION (Übereinstimmung) von 60%, 80%, oder 100% vorliegt.

Versuch

33



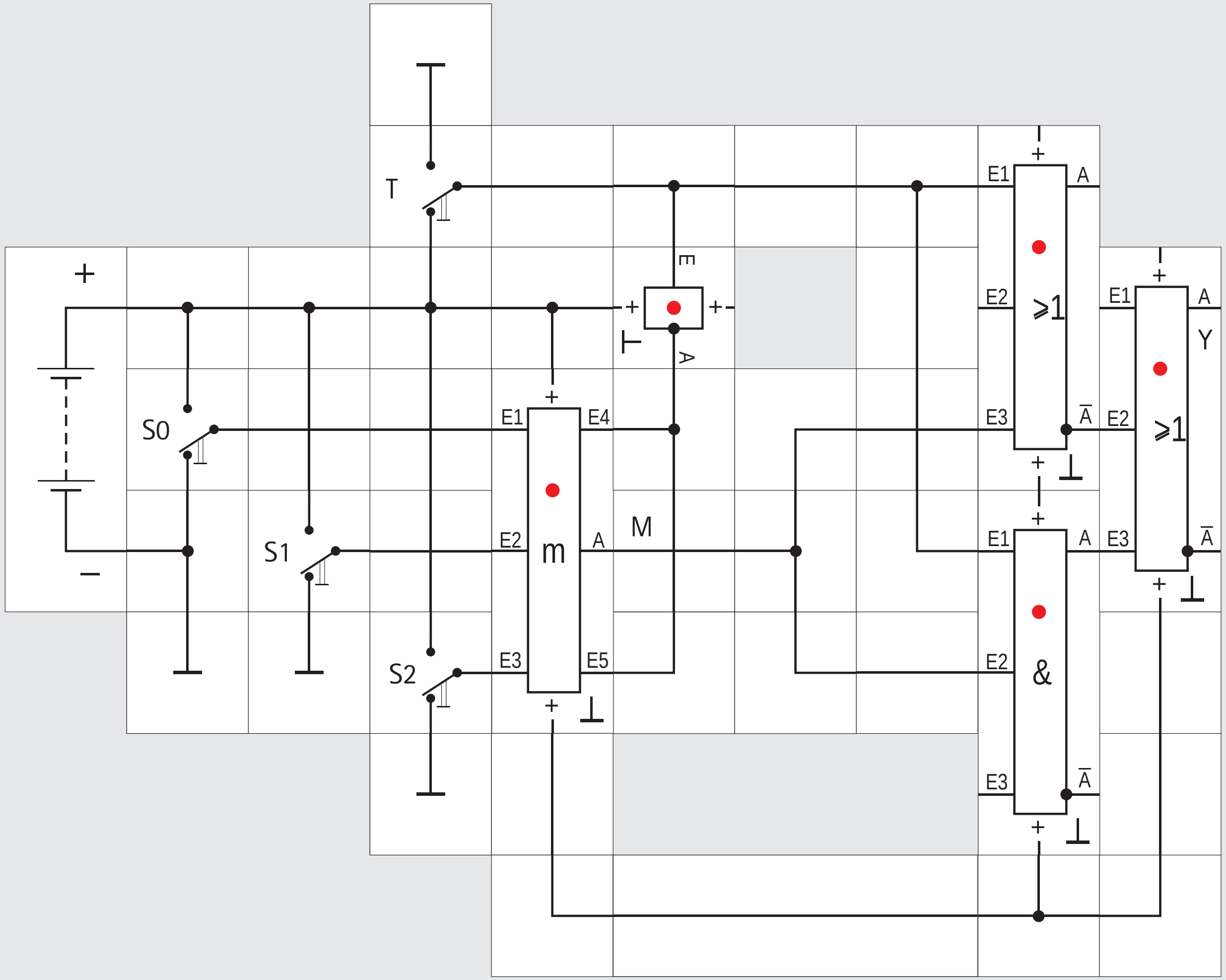
Versuch 33

Korrelation von 75% oder 100%

Ändern wir die Schaltung geringfügig ab, indem wir $\overline{T}$ statt S4 an einen Eingang der Majoritätsverknüpfung legen, so reichen nach wie vor drei übereinstimmende der fünf Eingangssignale um M zu bestimmen, die prozentuale Gewichtung hat sich jedoch verschoben. 3 von 4 oder 4 von 4 entsprechen 75% bzw. 100%.

Versuch

34



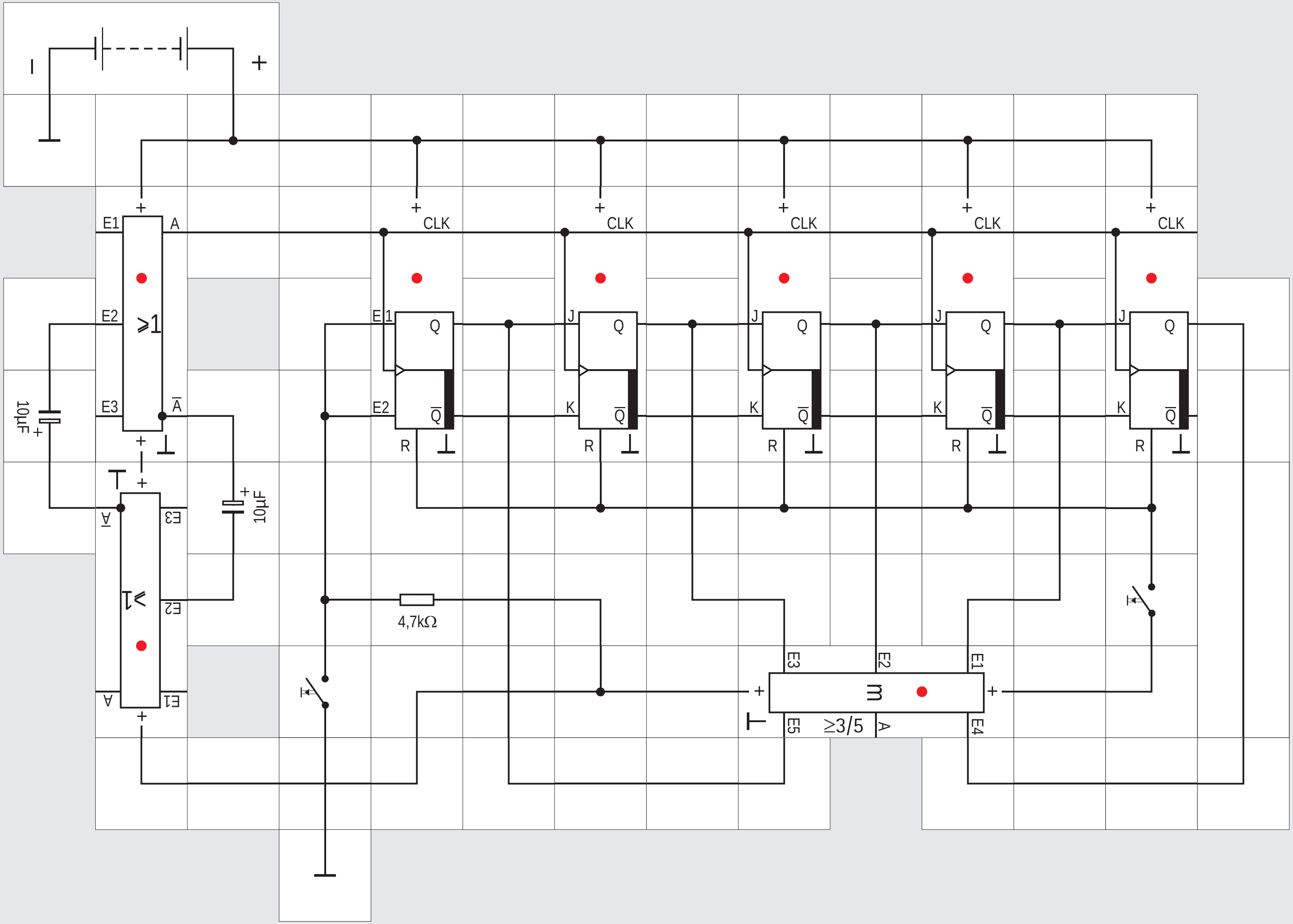
Versuch 34

Korrelation von 100%

Eine weitere Änderung der Schaltung verschiebt die Gewichtung auf 100%: $\overline{T}$ wird auch noch statt S3 an den Eingang des Majoritätsbausteins gelegt. Nun muss S0 = S1 = S2 =T sein, damit Y = 1 wird. Das bedeutet nichts anderes, als dass 100%ige Übereinstimmung gegeben sein muss.
Diese drei Versuche zeigen, dass ein Majoritätsbaustein in der Lage ist, aufwandsarm aus möglicherweise gestörten Signalen ein definiertes Signal zu regenerieren, wobei die Schwellen zusätzlich vom Anwender noch einstellbar sind.

Versuch

35



E1
A
E2
≥1
E3
$\overline{A}$
10µF
CLK
J
K
Q
$\overline{Q}$
R
E 1
E2
4,7kΩ
E3
E2
E1
E5
E4
≥3/5
A

Versuch 35

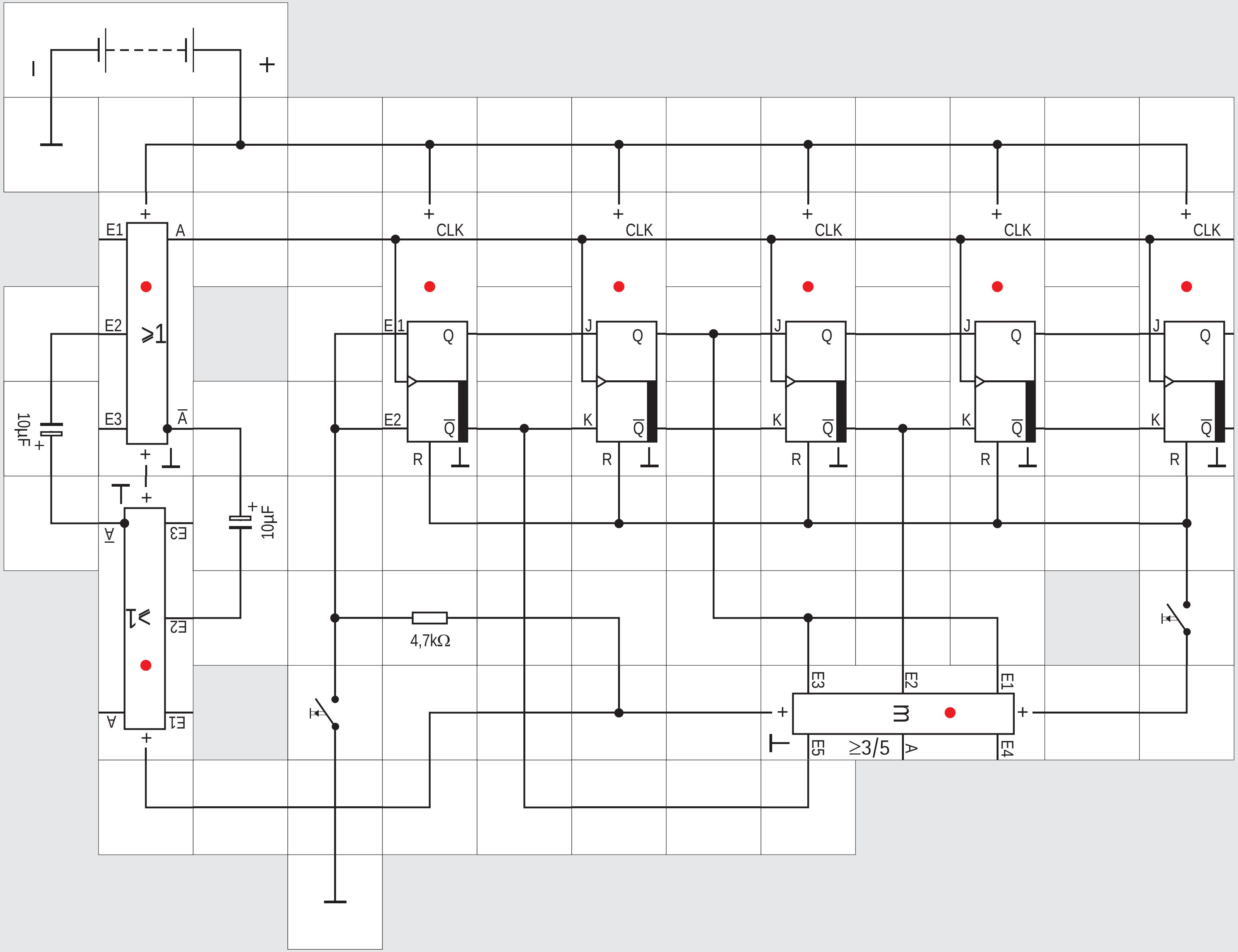
Majoritäts - Funktion als Tiefpass

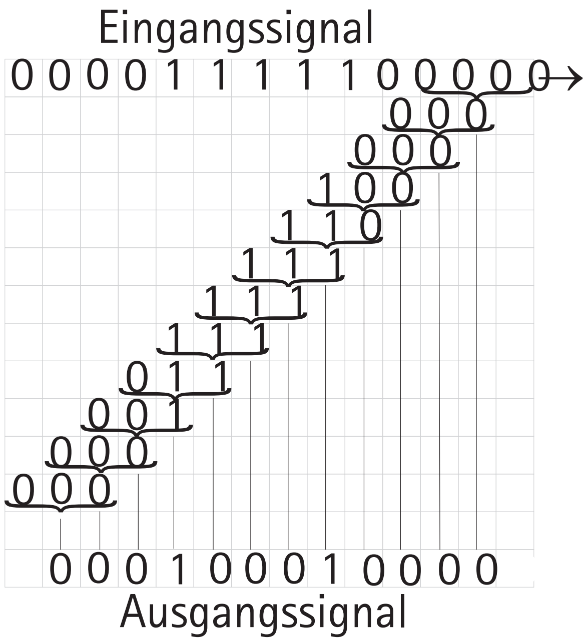
Als Beispiel für eine zeitliche Mittelung soll ein Signal dienen, das als ungestörte Folge die Form 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - , also fünf Einsen, hat. Wir können es uns als Echosignal eines Radargerätes vorstellen und die Einsen sind dann Treffersignale eines Zieles. Bei der Zielerkennung treten in der Praxis Störungen dadurch auf, dass die Zielimpulse zu schwach sind, um als Treffer gewertet zu werden, oder Rauschsignale sind so stark, dass sie Pseudo - Ziele abgeben. Die Aufgabe besteht nun darin, das ursprüngliche Signal zu regenerieren, wofür ein Majoritätsbaustein sehr gut geeignet ist. Er bildet quasi mit seinen Eingängen ein Fenster, das über die Signalfolge wandert und immer dann eine 1 liefert, wenn mindestens drei 1en anliegen. Das Ergebnis hängt natürlich von der Stärke der Störung ab, was wir in unserem Versuchsaufbau simulieren können. Sind die Störungen zu stark, treten Pseudo - Ziele auf, das Ziel kann sich verschieben oder ganz verschwinden. Beim Einsatz des Majoritätsbausteins als Wanderfester ist zu beachten, dass die einzelnen Impulse zeitlich nacheinander vorliegen, wir also eine zeitliche Mittelung durchführen wollen, im Gegensatz zu den drei vorherigen Versuchen. Der Majoritätsbaustein verarbeitet aber nur Signale, die gleichzeitig parallel an seinen Eingängen anliegen. Wir müssen die einzelnen Impulse also zeitlich verzögern und bewerkstelligen das mit einem Schieberegister, aufgebaut aus vier JK - Flipflops und einem als D - Flipflop verdrahtetem Koinzidenz - Flipflop. (D = E1 = E2) am Eingang der Kette. Ein aus zwei OR/NOR - Bausteinen aufgebauter Multivibrator erzeugt Taktsignale zum Betrieb des Schieberegisters. Mit Betätigen des linken Tasters können wir eine Signalfolge erzeugen, die mit dem ersten Flipflop einsynchronisiert wird und taktgesteuert durch das Schieberegister wandert. Der rechte Tasters dient zum Rücksetzen des Registers.

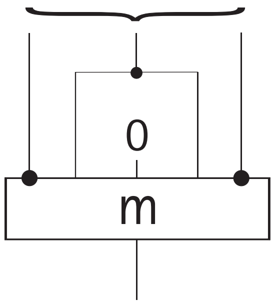
Alle fünf Flipflop - Ausgänge sind mit den Eingängen des Majoritätsbausteins verbunden und wir können an der Leuchtdiode des Bausteins sehen, wie viele 0 - »Störsignale« wir mit dem Taster während einer 1 - Zielfolge erzeugen dürfen, ehe sie verlischt. Umgekehrt können wir auch während einer 0 - Folge 1 - Rauschsignale zum Vortäuschen eines Zieles erzeugen, die nur bei entsprechend hohem Störungsgrad von der Leuchtdiode angezeigt werden. Mit dem Majoritätsbaustein haben wir ein digitales Filter aufgebaut, das integrierend wirkt, also als Tiefpass, arbeitet.

Versuch

36







Drei aufeinander folgende Zeitabschnitte (geschwungene Klammer) werden jeweils auf die Eingänge des Majoritätsbausteins gegeben, der das Ausgangssignal erzeugt.

Versuch 36

Majoritätsfunktion als Hochpass

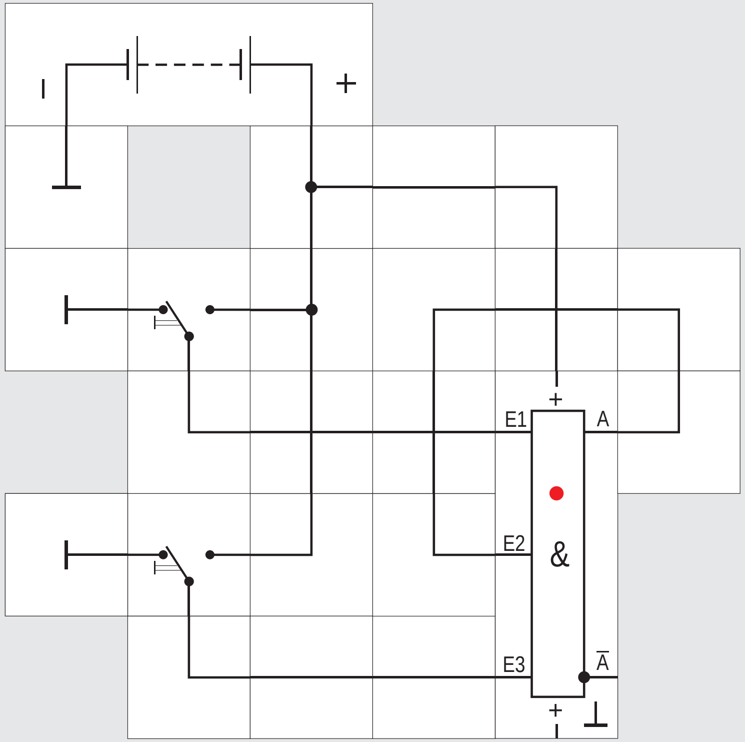
Der Einsatz der Schwellwert- oder Majoritätselemente kann auch auf Filter mit Hochpassverhalten erweitert werden. Diese Filter dienen z. B. in der Bildverarbeitung bei störungsfreiem Hintergrund zur Kontrastverstärkung, arbeiten also Übergänge besser heraus. Möchten wir beispielsweise Anfang und Ende eines Blocks von 1 - Signalen erkennen, müssen wir ein differenzierendes Filter einsetzen. Als Schwellwertelement hat es die Funktion $\langle -1, 3, -1\rangle_2$
Es sind also auch negative Gewichtungen beim Addieren der Eingangsspannungen möglich.
Wir können sie aber auch dadurch erzeugen, dass die entsprechenden Signale vorher invertiert werden. Die invertierten Signale müssen dann auf ein Element mit der Funktion $\langle 1, 3, 1\rangle_4$ gegeben werden. Unser Codeprüfungsnetzwerk ist dafür geeignet, wenn wir die Funktion $\geq 4/5$ betrachten, alles nicht Notwendige weglassen und die drei Eingangssignale X1, X2 und X3 zusammenfassen, da das mittlere Signal ja das Gewicht 3 haben soll. Die Flipflops des Schieberegisters liefern bereits die invertierten Signale; das Netzwerk vereinfacht sich dadurch zu einem Majoritätsschaltglied mit fünf Eingängen, dass wir die ganze erste Zeile wegen der Zusammenfassung der Signale zu einem einzigen Signal weglassen können. Es hat die Funktion

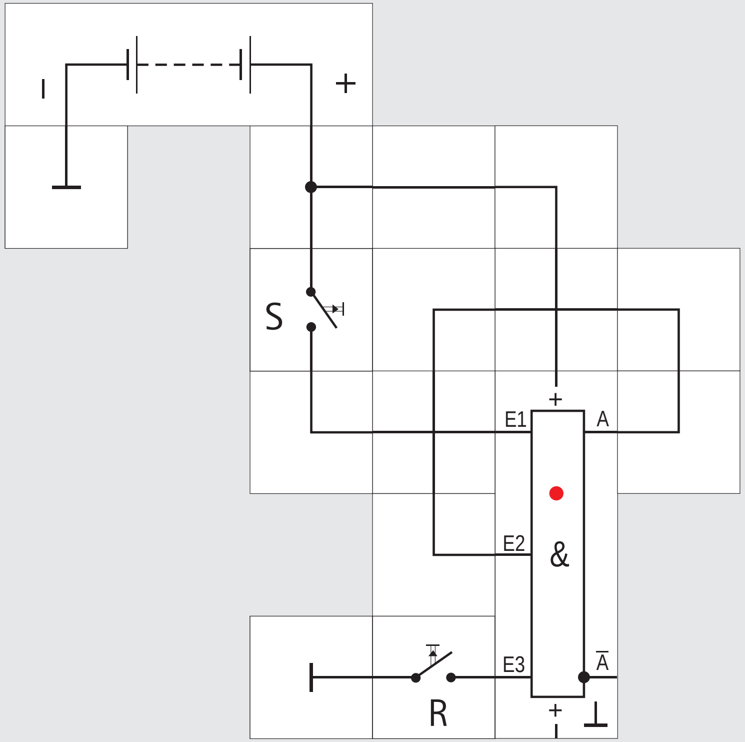
$$Y = (A \vee C) \wedge B$$

mit B als mittlerem doppelt gewichtetem, sowie A und C als linkem bzw. rechtem invertierten Signal. Der fünfte Eingang wird fest an 0 gelegt oder kann als E4 offen bleiben.
Wir können unseren bestehenden Aufbau leicht abändern, wobei wir der Einfachheit halber die überflüssigen Flipflops in der Schieberegisterkette lassen.
Die Leuchtdiode des Majoritätsbausteins leuchtet jedes Mal für die Dauer eines Schrittes, wenn wir einen 0 - 1 -oder ein 1 - 0 - Wechsel mit dem linken Taster erzeugen.

Versuch

37





Versuch 37

Koinzidenz – Flipflop mit 3 – Eingangs – Majoritätsbaustein

Die Beschaltungsmöglichkeiten eines Majoritätsbausteins sind mit den bisher vorgestellten logischen Verknüpfungen noch nicht erschöpft: Im Gegensatz zu den Verknüpfungsbausteinen der »herkömmlichen« Schaltalgebra, bei der ein Flipflop aus mindestens zwei Bausteinen aufgebaut wird, können wir ein Element mit Speichereigenschaften aus einem Majoritätsbaustein erzeugen. Wir gehen von der logischen Verknüpfung des Bausteins aus

$$Y = A(B \vee C) \vee BC$$

und führen Y beispielsweise auf den A - Eingang zurück; wir erhalten:

$$Y = Y(B \vee C) \vee BC$$

Solange B = C ist, wird Y = B = C sein, d.h. der Ausgang folgt unmittelbar den Eingangssignalen, der logische Zustand von Y auf der rechten Seite der Gleichung ist dafür unwichtig.

Anders ist es dagegen, wenn B ≠ C wird, dann bestimmt der in diesem Augenblick vorhandene logische Zustand des Ausgangs Y, was der Baustein weiterhin abgibt. Mit anderen Worten: Das Element speichert den vorhandenen Zustand und folgt erst dann wieder den Eingangssignalen, wenn B = C wird.

n unserem Versuchsaufbau führen wir den Ausgang A auf den mittleren Eingang E2 und können über die Umschalter das Flipflop mit E1 = E3 = 1 setzen und mit E1 = E3 = 0 rücksetzen. Mit E1 ≠ E3 speichert es den letzten logischen Zustand. Da sich der Flipflopinhalt nur beeinflussen lässt, wenn seine beiden freien Eingänge den gleichen logischen Zustand gleichzeitig haben, nennt man es KOINZIDENZ - FLIPFLOP oder nach David Muller, seinem Erfinder, MULLER - C - ELEMENT

Beim LECTRON Majoritätsbaustein ist E1 intern bereits hochohmig an logisch 0 (Masse) und E3 an logisch 1 (Versorgungsspannung) gelegt, so dass wir statt der Umschalter auch Taster verwenden können, um das Flipflop aufzubauen. Betätigen wir den oberen Taster, wird das Flipflop gesetzt und nach Betätigen des unteren ist es rückgesetzt.

Formal können wir diesen Sachverhalt mit einem KARNAUGH - DIAGRAMM darstellen. Das erste Diagramm zeigt zunächst die Majoritätsverknüpfung ohne Rückführung, also mit den drei Variablen A, B und C. In der ersten Zeile sind alle möglichen Kombinationen von A und B, in der ersten Spalte die beiden Möglichkeiten der Variablen C angegeben. Die restlichen Felder zeigen den logischen Zustand des Ausgangs Y.

C \ AB	00	01	11	10	
0	0	0	1	0	Y
1	0	1	1	1	

Das Diagramm ist so aufgebaut, dass sich beim Weiterschreiten von einem Y - Feld zu einem benachbarten jeweils nur eine Eingangsvariable ändert. Die äußerste rechte Spalte muss man sich dabei benachbart zur linken vorstellen, genauso wie die untere Zeile (bei umfangreicheren Diagrammen mit mehr als drei Eingangsvariablen, hier ist sie es sowieso schon) benachbart zur oberen ist.

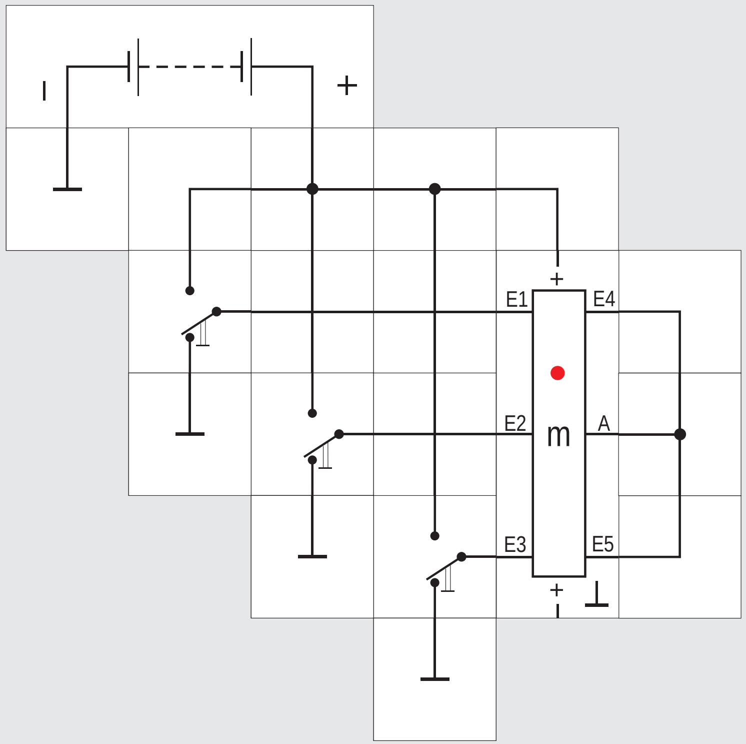
Stellen wir die Rückführung Y auf A her, erhalten wir das folgende Karnaugh - Diagramm:

C \ B	0	1	
0	0 (1)	Y (2)	Y
1	Y (3)	1 (4)	

Die speichernden Eigenschaften dieser Konfiguration können wir an den Kästchen 2 und 3 erkennen, bei denen B ≠ C und Y unbestimmt ist. Wenn der vorhergehende Zustand Kästchen 1 mit B = C = 0 war, gelangt man zu 2 mit Y = 0; war dagegen vorher B = C = 1 (Kästchen 4), dann ist in Kästchen 2 jetzt Y = 1.

Versuch

38



Versuch 38

Koinzidenz - Flipflop mit 5 - Eingangs - Majoritätsbaustein

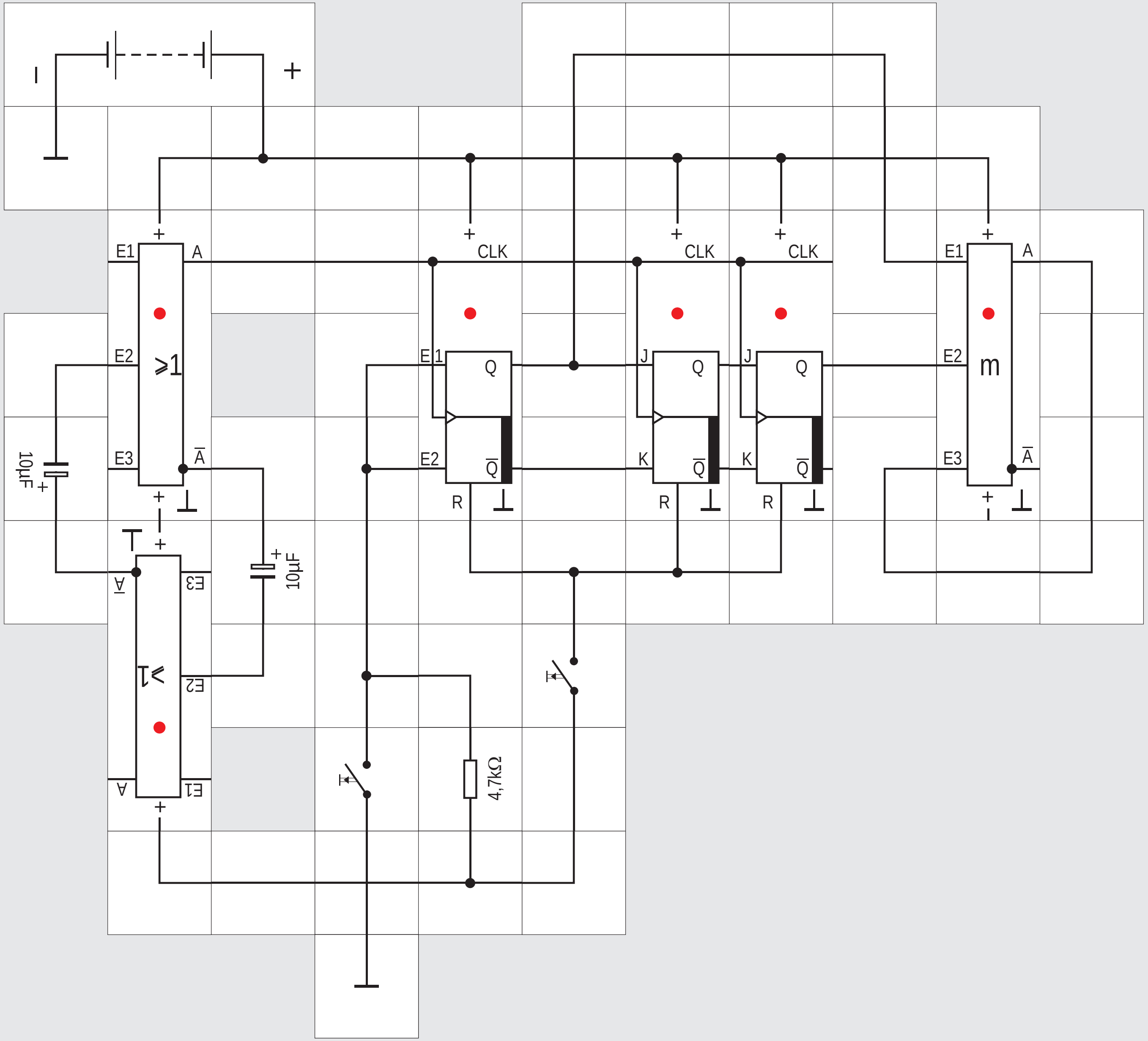
Auch unser anderer Majoritätsbaustein lässt sich als Flipflop einsetzen. Seine Funktionsgleichung ist:
$Y = A(B \vee C)(D \vee E) \vee C(B \vee E)(A \vee D) \vee E(A \vee B)(C \vee D)$
Führen wir seinen Ausgang auf zwei seiner Eingänge zurück, also beispielsweise A = B = Y, so lässt sich die rechte Seite der Gleichung vereinfachen zu:

$$Y = Y\,(C \vee D \vee E) \vee CDE$$

Wir haben also wieder die Situation, dass solange C = D = E ist, der Ausgang den untereinander logisch gleichen Eingangssignalen folgt. Wird dagegen ein Eingangssignal unterschiedlich zu den beiden anderen, speichert der Baustein den Zustand.

Versuch

39



Versuch 39

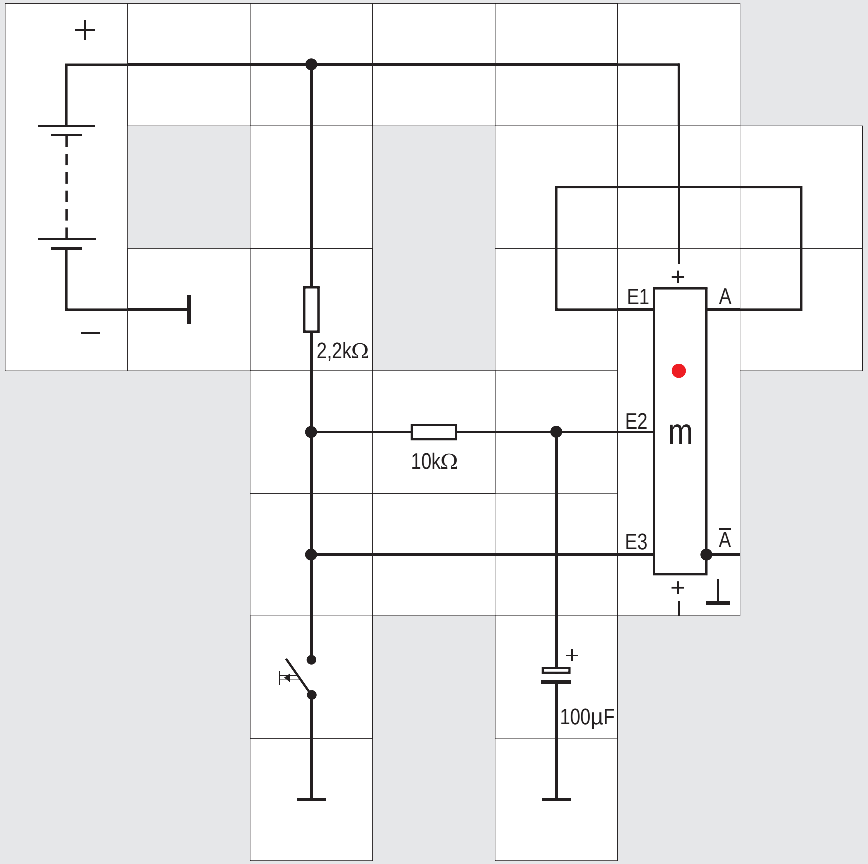
Taktgesteuerte Störimpulsausblendung

Eine rückgekoppelte Majoritätsverknüpfung können wir in Verbindung mit einem Verzögerungselement dazu verwenden, kurze Störimpulse auszublenden. Solche Impulse können in asynchron betriebenen Schaltungen - durch unterschiedliche Laufzeiten auf verschiedenen Signalwegen bedingt - auftreten. Passiert so etwas auf Taktleitungen, führt das zu Fehlzählungen in Zählerschaltungen; sie müssen deswegen unbedingt von den Eingängen der Zählstufen ferngehalten werden.

Unser Versuchsaufbau besteht aus drei Schieberegisterstufen, die von dem bekannten astabilen Multivibrator getaktet werden. Mit dem linken Taster können wir eine Signalfolge erzeugen, die durch das Schieberegister taktgesteuert geschoben wird. Der rechte Taster dient zum Rücksetzen. Der rückgekoppelte Majoritätsbaustein ist mit seinem einen Eingang an den Ausgang der ersten Zelle und mit seinem zweiten an den der dritten Zelle angeschlossen. Zwischen beiden besteht also eine Verzögerung von zwei Taktzeiten. Alle Impulse, die nicht länger sind als diese Zeit werden von der Majoritätsverknüpfung ausgeblendet, wie wir leicht an seiner Leuchtdiode sehen können.

Versuch

40



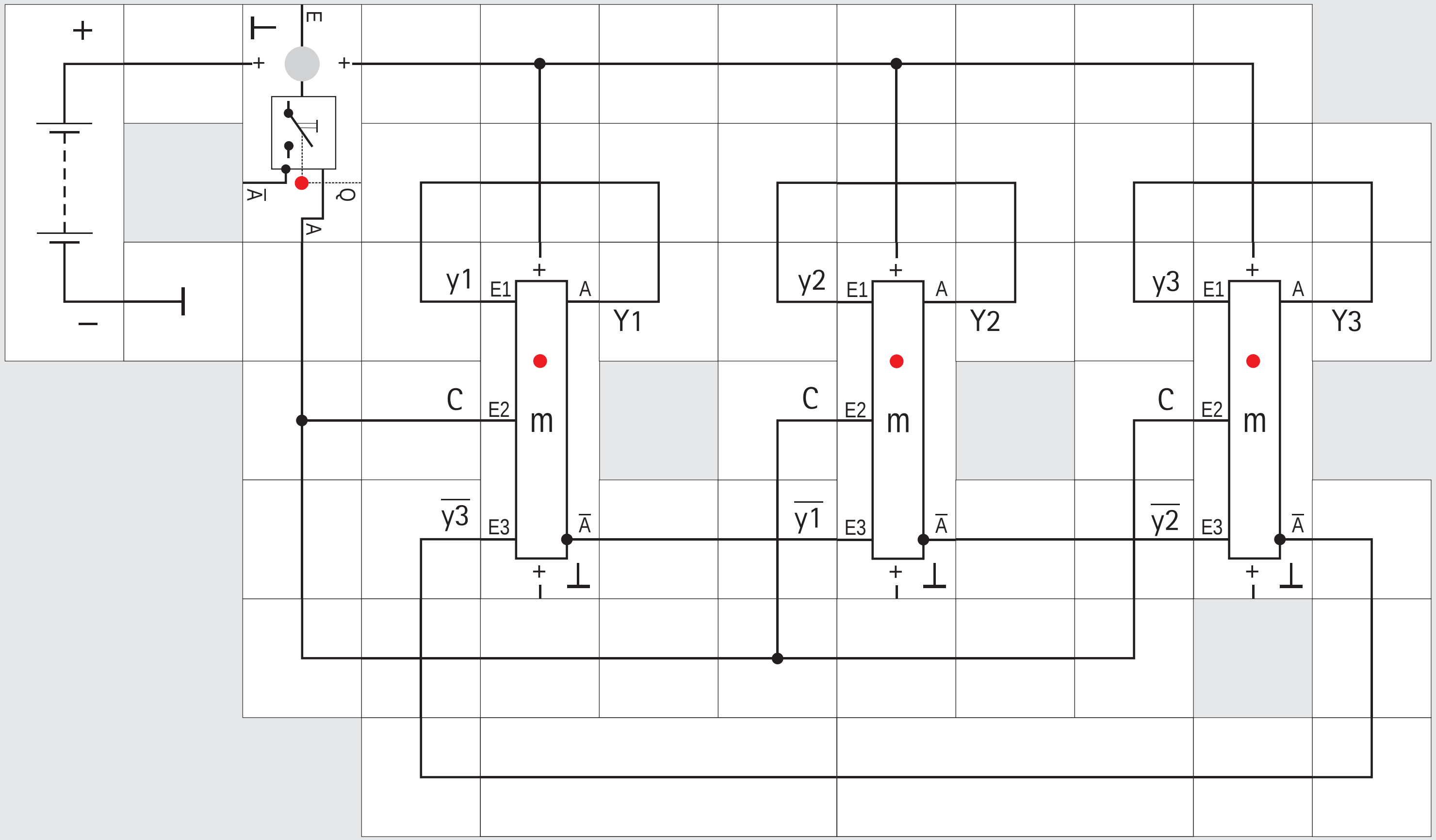
Versuch 40

Störimpulsunterdrückung

Wir haben im vorherigen Versuch den taktgesteuerten Aufbau gewählt, damit wir das Arbeiten der Schaltung gut verfolgen können. Natürlich ist sie genauso wirksam, wenn ein Signal direkt an einem Eingang anliegt und das gleiche Signal über irgendeine - nicht notwendigerweise taktgesteuerte - Verzögerung auf den anderen Eingang gegeben wird.
Als »analoge« Verzögerung verwenden wir ein RC - Glied. Damit wir schneller Störimpulse erzeugen können, wählen wir statt eines Umschalters wieder einen Taster, der über einen Widerstand mit Versorgungsspannung verbunden ist und beim Betätigen den Eingang nach Masse schaltet.
An der Leuchtdiode können wir erkennen, wie lang die 0 - Impulse sein dürfen, damit das rückgekoppelte Majoritätsschaltglied sie noch ausblendet. Verlischt die Leuchtdiode, waren sie zu lang.
Umgekehrt können wir auch den Taster betätigt halten, so dass die Leuchtdiode nicht leuchtet. 1 - Störimpulse erzeugen wir nun durch kurzes Loslassen. Ist die Zeit zu lang, leuchtet die Leuchtdiode, weil das Majoritätsschaltglied dann den Störimpuls nicht mehr unterdrücken konnte.

Versuch

41



+
−
E
+
+
Ā
Q
A
y1
E1
+
A
Y1
C
E2
m
$\overline{y3}$
E3
Ā
y2
E1
+
A
Y2
C
E2
m
$\overline{y1}$
E3
Ā
y3
E1
+
A
Y3
C
E2
m
$\overline{y2}$
E3
Ā

Versuch 41

Dreierzähler mit drei Majoritätsbausteinen

Wenn wir dem Majoritätsbaustein durch Rückkoppelung Flipflop - Eigenschaften geben können, liegt es nahe zu versuchen, einen Zähler aus diesen rückgekoppelten Elementen aufzubauen [4]. Wir verdrahten dazu probeweise drei Bausteine wie in dem Versuchsaufbau im Ring und takten mit der entprellten Taste.

Wir erhalten für diese Konfiguration die drei Funktionsgleichungen (siehe Kasten):

$$Y1 = y1(C \vee \overline{y3}) \vee C\overline{y3}$$
$$Y2 = y2(C \vee \overline{y1}) \vee C\overline{y1}$$
$$Y3 = y3(C \vee \overline{y2}) \vee C\overline{y2}$$

und daraus die Anregungsmatrix mit der abgeleiteten Flusstabelle. Wir erkennen aus ihr, dass wenn der Startzustand (für C = 0) 1, 3 oder 5 ist, der Zähler alle Zustände zwischen 1 und 6 durchläuft und nach drei C - Taktimpulsen den Startzustand wieder erreicht. Außerdem sehen wir, dass bei einem Wechsel des C - Signals nur immer einer der drei Ausgänge Y1, Y2, Y3 wechselt und zwar in dieselbe Richtung wie das C - Signal; z. B. wechselt C von Zustand 1 nach 2 von 0 nach 1 und das Gleiche macht Y2. Von Zustand 2 nach 3 wechselt C von 1 nach 0,

y1y2y3 \ C	0	1
001	001	011
011	010	011
010	010	110
110	100	110
100	100	101
101	001	101
111	000	111
000	000	111

Y1 Y2 Y3
Anregungsmatrix

y1y2y3 \ C	0	1
001	①	2
011	3	②
010	③	4
110	5	④
100	⑤	6
101	1	⑥
111	8	⑦
000	⑧	7

Y1 Y2 Y3
Flusstabelle

Y3 tut es ihm gleich.

Ist dagegen der Startzustand 7 oder 8 und alle Ausgänge Y1, Y2 und Y3 sind gleich dem Startsignal, wechselt der Zähler lediglich zwischen diesen beiden Zuständen und zwar immer alle drei Stufen gleichzeitig. Damit dieser Startzustand vermieden wird, müsste der Zähler durch zusätzliche SET - Signale vor dem Zählen in einen der Zustände 1, 3 oder 5 gesetzt werden. Wir verzichten darauf und versuchen, das Gleiche durch Unterbrechen der Stromversorgung zu erreichen.

Literatur
[4] Price, J.E.: Counting with Majority-Logic
IEEE Transactions on Electronic Computers
vol. EC-14, April 1965, pp 256 - 260

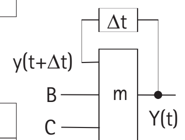
In Versuch 37 haben wir das Verhalten der rückgekoppelten Majoritätsverknüpfung in einem Karnaugh - Diagramm dargestellt. Andere nützliche Darstellungsformen sind die ANREGUNGSMATRIX und die FLUSSTABELLE. Wir erhalten sie, indem wir alle Verzögerungen zwischen dem Ausgangssignal Y und dem Eingangssignal A in einem Verzögerungselement als Δt zusammenfassen. Das Signal am Eingang des Elementes ist die Anregung (engl. excitation) Y(t) und das am Ausgang ist die Antwort (response) y(t+Δt). Wenn Y(t) = y(t+Δt), ist der rückgekoppelte Majoritätsbaustein in einem stabilen Zustand. Die Funktionsgleichung des Schaltkreises lautet:

$$Y(t) = B[y(t+\Delta t)] \vee C[y(t+\Delta t)] \vee BC$$

sie kann in einem Karnaugh - Diagramm als Anregungsmatrix dargestellt werden. Durch Vergleich finden wir die stabilen Zustände heraus, bei denen Y(t) = y(t+Δt) ist. Beispielsweise ist in Kästchen (a) B = C = 1; y(t+Δt) = 0; Y(t) = 1; also Y(t) ≠ y(t+Δt) und nach Δt wird y(t+Δt) ebenfalls 1, was dem Kästchen (b) entspricht und ein stabiler Zustand ist. Aus dieser Darstellung erhalten wir die Flusstabelle , wenn wir alle Zustände nummerieren und die stabilen einkreisen im Gegensatz zu den zeitlich voran gegangen nicht eingekreisten.

y(t+Δt) \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1 (a)	0
1	0	1	1 (b)	1

Y(t)

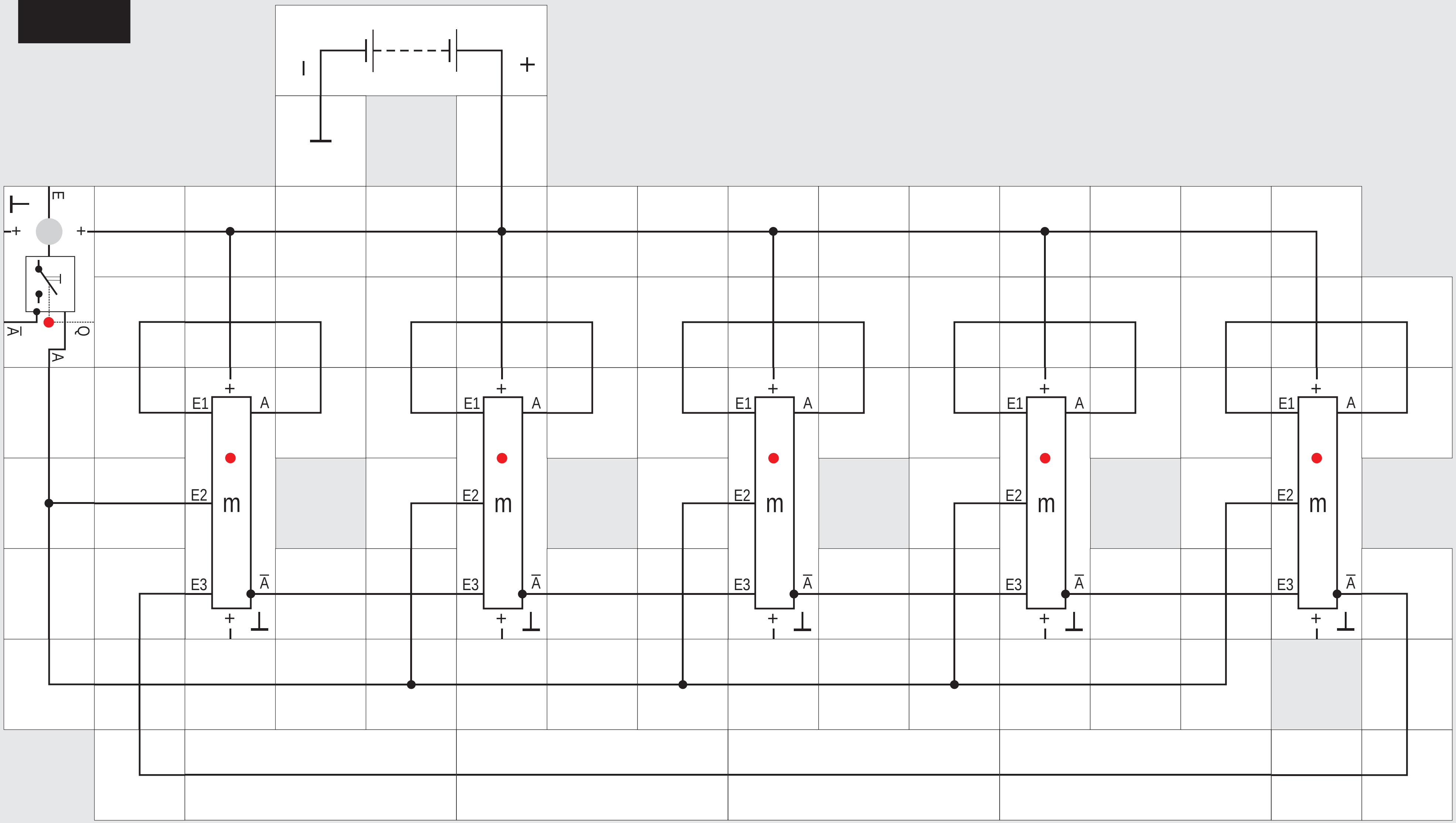


y(t+Δt) \ BC	00	01	11	10
0	①	②	3	⑤
1	1	④	③	⑥

Y(t)

Versuch

42



Versuch 42

Fünferzähler mit fünf Majoritätsbausteinen

Wir erweitern unsere Zähler - Schaltung auf die nächst größere Anzahl von ungeraden Stufen, nämlich auf fünf. Die fünf dazu gehörigen Funktionsgleichungen sind:

$$Y1 = y1(C \vee \overline{y5}) \vee C\overline{y5}$$
$$Y2 = y2(C \vee \overline{y1}) \vee C\overline{y1}$$
$$Y3 = y3(C \vee \overline{y2}) \vee C\overline{y2}$$
$$Y4 = y4(C \vee \overline{y3}) \vee C\overline{y3}$$
$$Y5 = y5(C \vee \overline{y4}) \vee C\overline{y4}$$

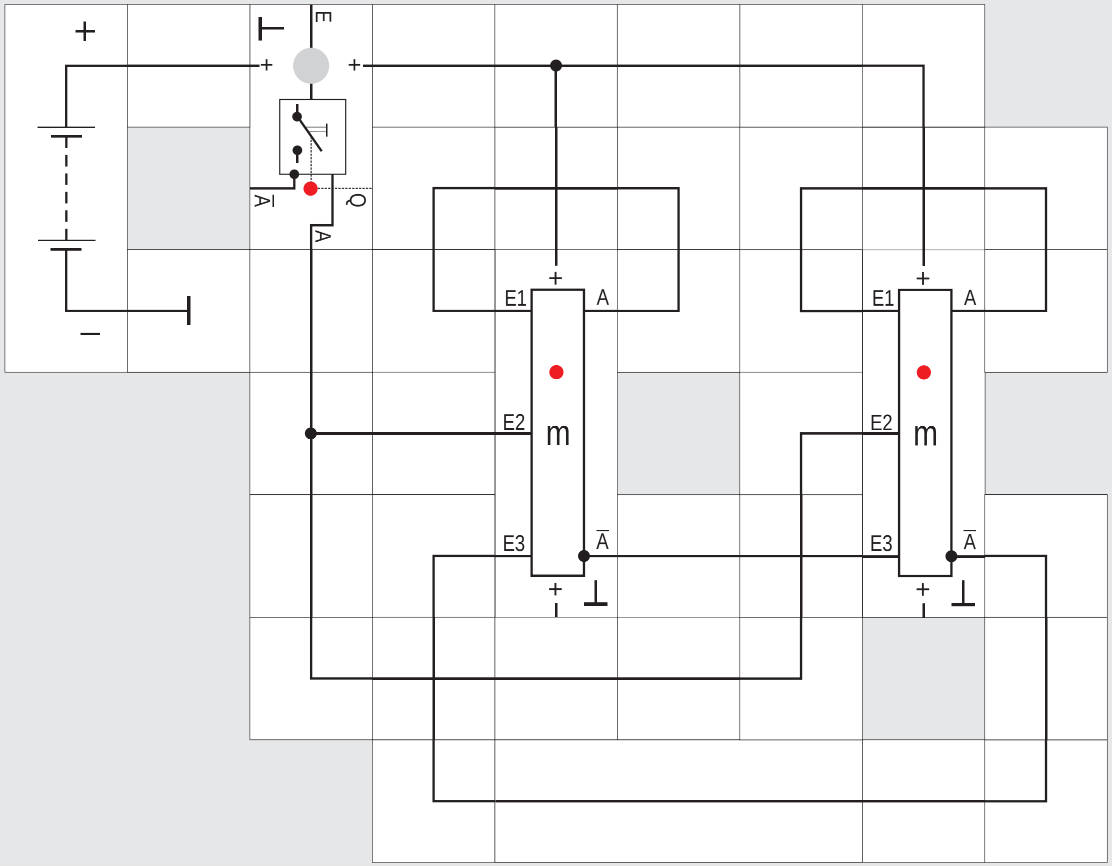
Aus der Anregungsmatrix und der Flusstabelle sehen wir, dass von den 64 möglichen Zuständen 22 stabil und 42 instabil sind. Die Zustände 1 bis 10 bilden einen geschlossenen Zyklus, der fünf Taktpulse lang ist. Wie im ersten Beispiel ändert sich beim Takten in diesem Zyklus immer nur ein Ausgang einer Zählstufe, wie es wünschenswert ist. Die Zustände 11 bis 20 ergeben einen weiteren, ebenso langen Zyklus mit dem Unterschied, dass sich immer gleich drei Zählstufen ändern und dadurch sehr leicht Störimpulse entstehen, die zu falschen Übergängen und damit zu Fehlzählungen führen. Dieser Zyklus muss beim Start also durch zusätzliche Schaltungsmaßnahmen, vermieden werden. Wir verzichten wieder darauf und versuchen durch Unterbrechen der Versorgungsspannung einzelner Majoritätsbausteine in den richtigen Zyklus zu gelangen. Auch der gegenseitige Austausch der Bausteine im Schaltungsaufbau hilft oft weiter, da sie aufgrund der Toleranzen der verwendeten Bauelemente elektrisch nicht ganz identisch sind. Die weiteren stabilen Zustände 21 und 22 sind ebenfalls unbrauchbar.

Allgemein kann man durch das an zwei Beispielen gezeigte Vorgehen zu brauchbaren Zählern mit einer ungeraden Anzahl von Zählstufen gelangen, die einen stabilen Zählzyklus eben dieser Länge aufweisen.

	C		C	
y1y2y3y4y5	0	1	0	1
10100	10100	10101	1	2
10101	00101	10101	3	2
00101	00101	01101	3	4
01101	01001	01101	5	4
01001	01001	01011	5	6
01011	01010	01011	7	6
01010	01010	11010	7	8
11010	10010	11010	9	8
10010	10010	10110	9	10
10110	10100	10110	1	10
00001	00001	01111	11	12
01111	01000	01111	13	12
01000	01000	11011	13	14
11011	00010	11011	15	14
00010	00010	11110	15	16
11110	10000	11110	17	16
10000	10000	10111	17	18
10111	00100	10111	19	18
00100	00100	11101	19	20
11101	00001	11101	11	20
00000	00000	11111	21	22
11111	00000	11111	21	22
11001	00001	11011	11	14
11000	10000	11011	17	14
11100	10000	11101	17	20
01100	01000	11101	13	20
01110	01000	11110	13	16
00110	00100	11110	19	16
00111	00100	01111	19	12
00011	00010	01111	15	12
10011	00010	10111	15	18
10001	00001	10111	11	18
	Y1Y2Y3Y4Y5			

Versuch

43



Versuch 43

Zweierzähler mit zwei Majoritätsbausteinen

Wir wollen nun sehen, was passiert, wenn wir eine gerade Anzahl von Majoritätsbausteinen zusammen schalten und beginnen mit zwei Bausteinen. Die dazugehörigen Funktionsgleichungen sind:

$$Y1 = y1(C \vee \overline{y2}) \vee C\overline{y2}$$
$$Y2 = y2(C \vee \overline{y1}) \vee C\overline{y1}$$

In gewohnter Weise gewinnen wir hieraus die Anregungsmatrix und die Flusstabelle.

y1y2	C = 0	C = 1
00	00	11
01	01	01
11	00	11
10	10	10

Y1Y2

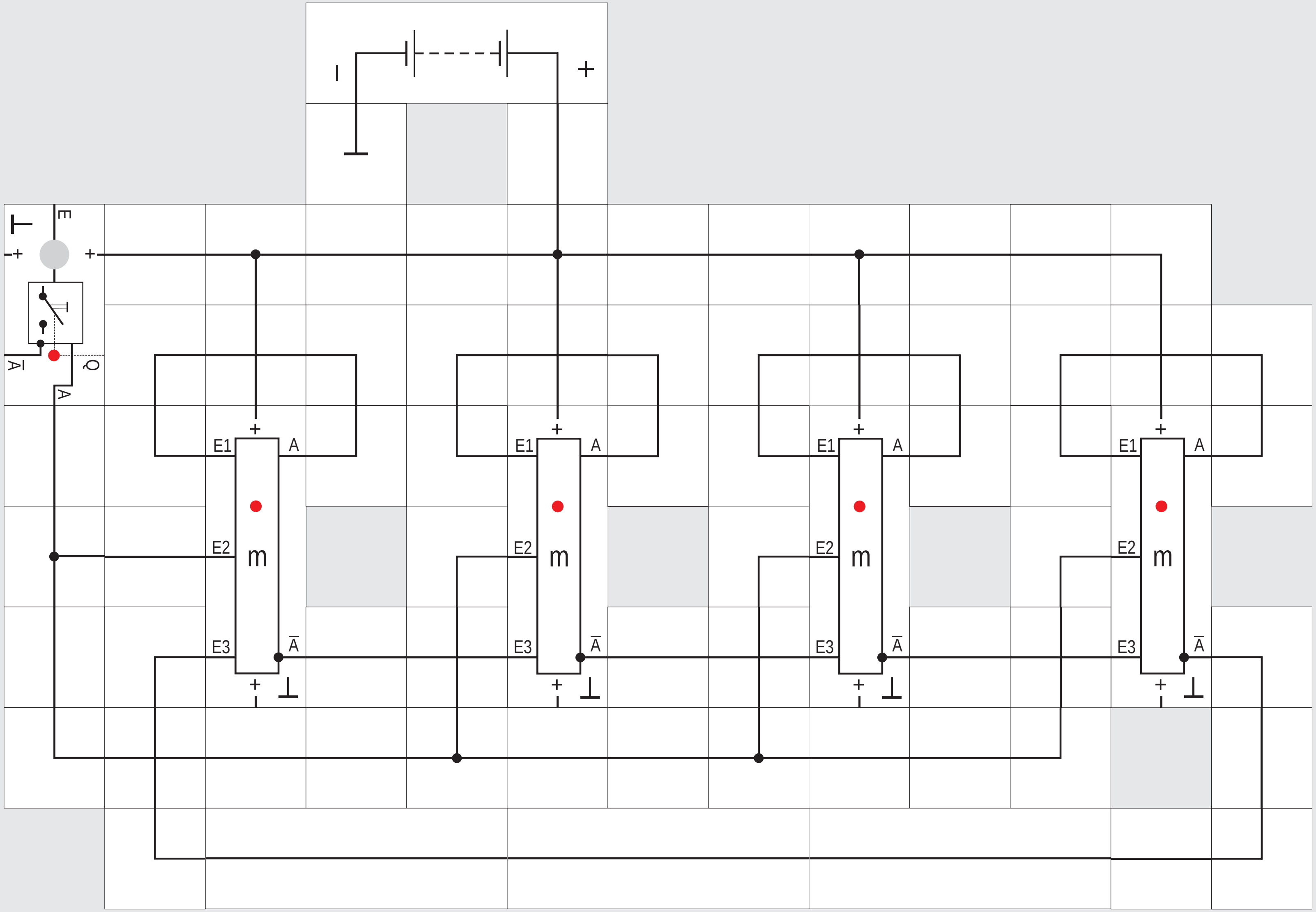
y1y2	C = 0	C = 1
00	①	2
01	③	④
11	1	②
10	⑤	⑥

Y1Y2

Der Zyklus mit den Zuständen 1 und 2 ist nicht zu gebrauchen; und wenn die Zustände 3, 4, 5 oder 6 erreicht werden, wird der Zähler indifferent und ist nicht in der Lage auf Taktimpulse zu reagieren. Die Schaltung ist deswegen zum Zählen ungeeignet.

Versuch

44



Versuch 44

Viererzähler

Wir versuchen nun eine Schaltung mit vier Bausteinen zum Zählen zu bringen. Die Funktionsgleichungen für die aufgebaute Konfiguration sind:

$$Y1 = y1(C \vee \overline{y4}) \vee C\overline{y4}$$
$$Y2 = y2(C \vee \overline{y1}) \vee C\overline{y1}$$
$$Y3 = y3(C \vee \overline{y2}) \vee C\overline{y2}$$
$$Y4 = y4(C \vee \overline{y3}) \vee C\overline{y3}$$

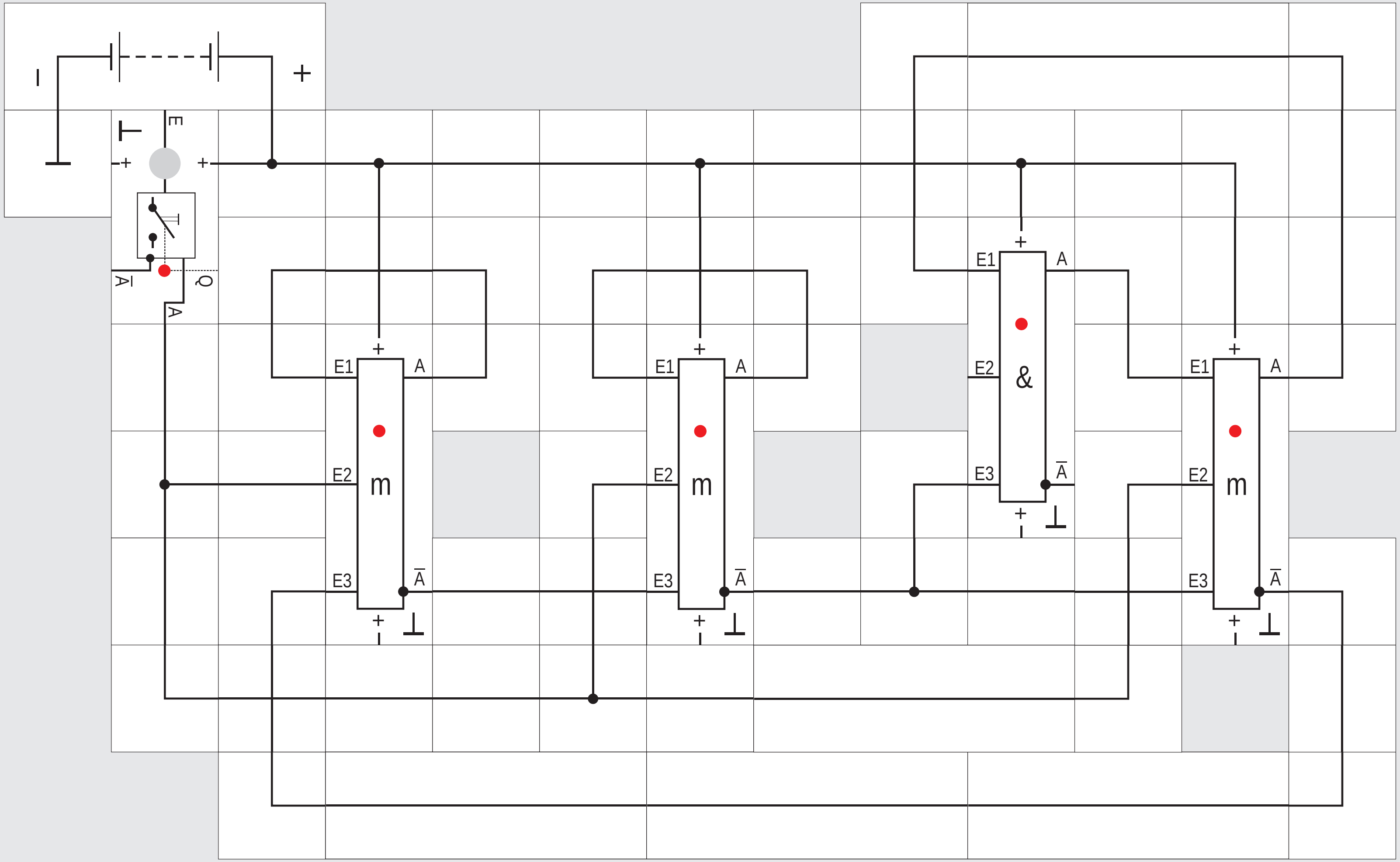
woraus wir wieder die Anregungsmatrix und die Flusstabelle gewinnen.
Die Zustände 1 bis 4 sowie die Zustände 5 bis 8 sind geschlossene Zyklen, die mit jeweils zwei Taktimpulsen durchlaufen werden. Eine genaue Betrachtung zeigt jedoch, dass wiederum gleichzeitig zwei Ausgänge ihren Zustand wechseln, wodurch das Arbeiten des Zählers aufgrund unvermeidlicher Toleranzen in den Laufzeiten höchst anfällig ist; auch diese Schaltung ermöglicht kein zuverlässiges Zählen.

Es ist allgemein so, dass bei auf diese Weise aufgebauten Zählern mit einer geraden Anzahl von Schaltgliedern immer mehrere Ausgänge gleichzeitig schalten und dadurch das Zählen unzuverlässig ist. Wir werden das Problem eines »geraden Zählers« anders lösen müssen.

	C		C	
y1y2y3y4	0	1	0	1
0001	0001	0111	1	2
0111	0100	0111	3	2
0100	0100	1101	3	4
1101	0001	1101	1	4
0010	0010	1110	5	6
1110	1000	1110	7	6
1000	1000	1011	7	8
1011	0010	1011	5	8
0000	0000	1111	9	10
1111	0000	1111	9	10
0101	0101	0101	11	12
1010	1010	1010	13	14
1001	0001	1011	1	8
0110	0100	1110	3	6
0011	0010	0111	5	2
1100	1000	1101	7	4
	Y1Y2Y3Y4			

Versuch

45



Versuch 45

Stabil arbeitender Zweierzähler

Um zu einem brauchbaren Zweierzähler zu kommen, betrachten wir noch einmal die Flusstabelle des Dreierzählers. Wenn es uns gelänge, zwei Zustände (z. B. Nr. 2 und 3) instabil zu machen, könnte der Zähler in den stabilen Zuständen 1, 4, 5 und 6 verweilen und wir hätten mit zwei Taktimpulsen die gewünschte Länge.
Wir ändern den Versuchsaufbau des Dreierzählers ab und ergänzen ihn mit einem UND - Baustein, der dafür sorgt, dass Y3 durch Y2 gesperrt wird. Die Funktionsgleichungen für Y1 und Y2 bleiben unverändert, nur Y3 wird zu

$Y3 = y3\overline{y2}(C \vee \overline{y2}) \vee C\overline{y2}$, was sich zu

$Y3 = \overline{y2}(C \vee y3)$ vereinfachen lässt.

Daraus ergeben sich die folgende Anregungsmatrix sowie die gleichfalls abgebildete Flusstabelle

y1y2y3 \ C	0	1
001	001	011
011	010	010
010	010	110
110	100	110
100	100	101
101	001	101
000	000	111
111	000	110

Y1 Y2 Y3

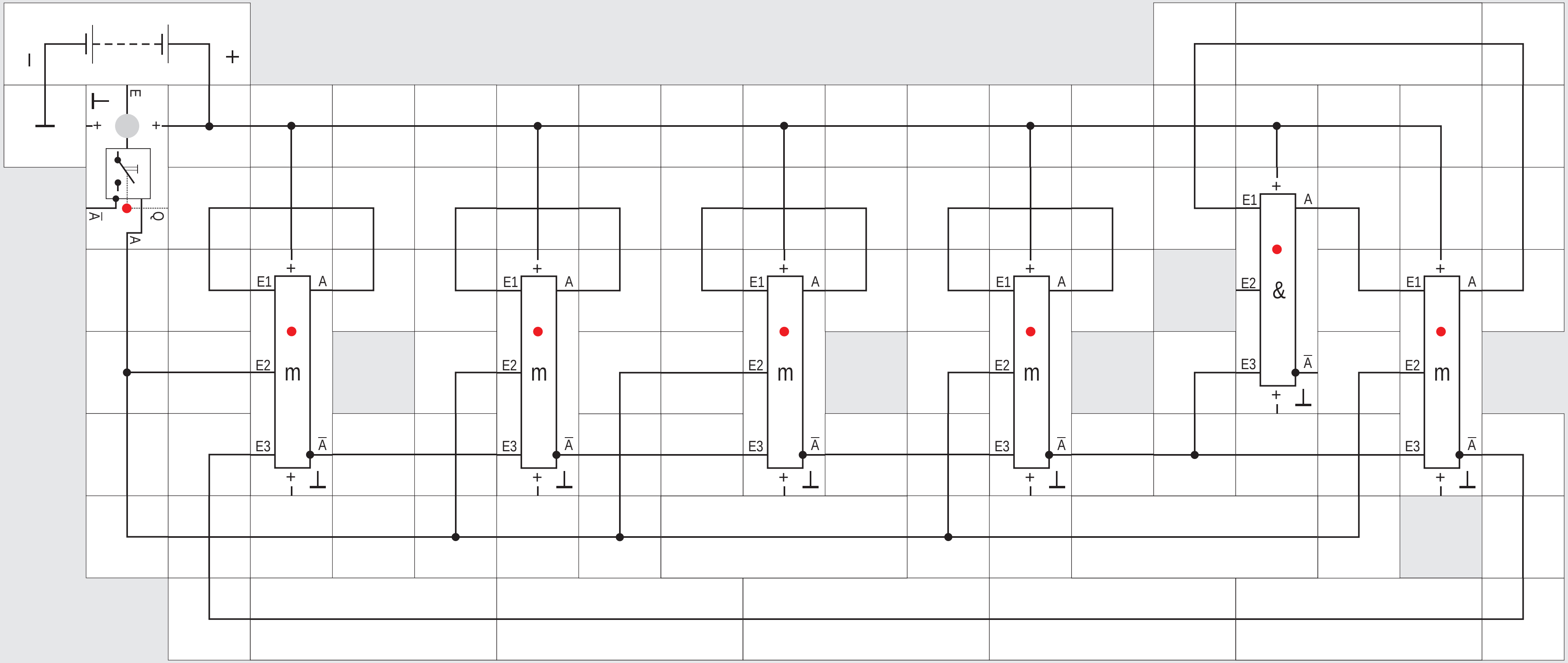
y1y2y3 \ C	0	1
001	1	2
011	3	3
010	3	4
110	5	4
100	5	6
101	1	6
000	7	8
111	7	4

Y1 Y2 Y3

Wenn wir jetzt von Zustand 1 mit
Y1, Y2, Y3 = y1, y2, y3 = 0, 0, 1 ausgehen und das Taktsignal C = 1 wird, so ist die Anregung des Zustands 2: Y1, Y2, Y3 = 0, 1, 1 und nach der kurzen Zeit Δt wird daraus die Antwort y1, y2, y3 = 0, 1, 1.
Durch die Modifikation der Schaltung wird Y3 durch y2 verändert und die neue Anregung des Zustands 3 ist Y1, Y2, Y3 = 0, 1, 0, gefolgt von der Antwort y1, y2, y3 = 0, 1, 0, die Y1 = 1 macht, woraus als Zustand 4 folgt mit Y1, Y2 Y3 = 1, 1, 0. Da die Antwort y1, y2, y3 ebenfalls gleich 1, 1, 0 ist, erreicht der Zähler den stabilen Zustand 4. Weiterer Wechsel des Taktsignals führen über Zustand 5 und 6 wieder nach 1, womit nach zwei Taktimpulsen der Zyklus vollendet ist. Dies ist der einzige geschlossene Zyklus der Anordnung. Sollte der Startzustand zufällig 3 oder 7 sein, geht es über 3 → 4 → 4 bzw. 7 → 8 → 4 → 4 in den eben beschriebenen geschlossenen Zyklus. Normalerweise wird man jedoch den Zähler gezielt in Zustand 1 oder 5 setzen und dann mit dem Zählen beginnen.

Versuch

46



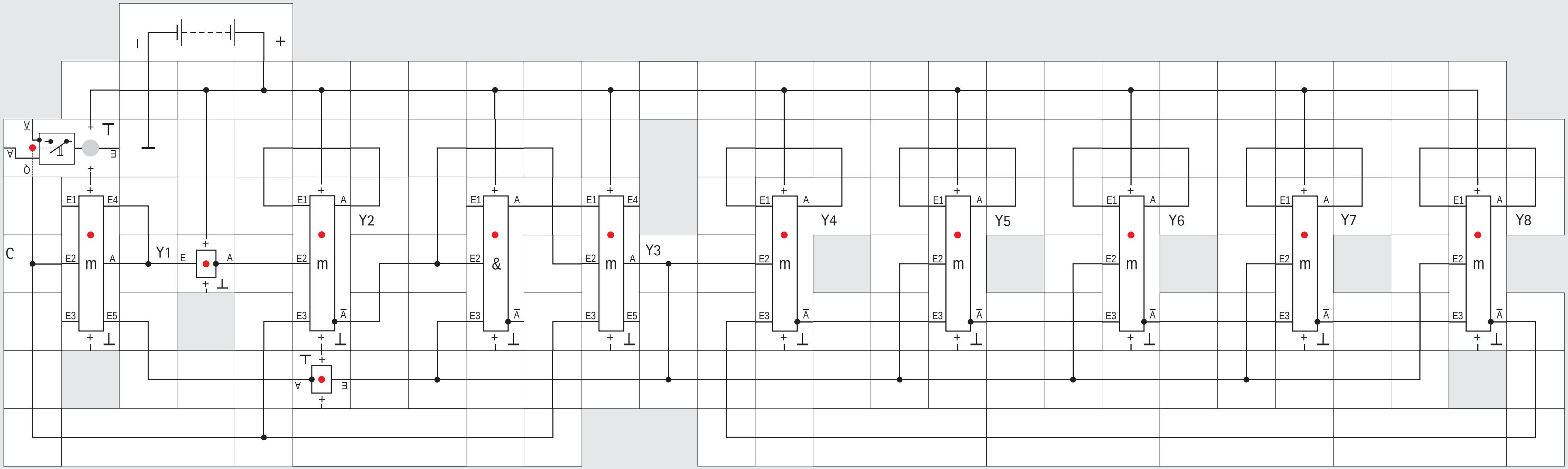
Versuch 46

Stabil arbeitender Viererzähler

Die eben vorgestellte Schaltungsmodifikation funktioniert nicht nur beim Dreier/Zweier - Zähler, sondern kann auf jeden Zähler, der bis zur geraden Zahl N zählen soll, angewandt werden. Wir benötigen dann N + 1 Majoritätsbausteine, wobei Y_{N+1} durch Y_N mittels des zusätzlichen UND - Bausteins gesperrt wird. Ohne dass wir jetzt noch einmal die Anregungsmatrix und die Flusstabelle angeben, werden wir bei unserer Versuchsschaltung sehen, dass ein geschlossener Viererzyklus vorhanden ist.
Die Schaltung benötigt zwei Aufbauplatten, auf gute Masseverbindung zwischen den Platten ist zu achten.

Versuch

47



Versuch 47

Dezimalzähler

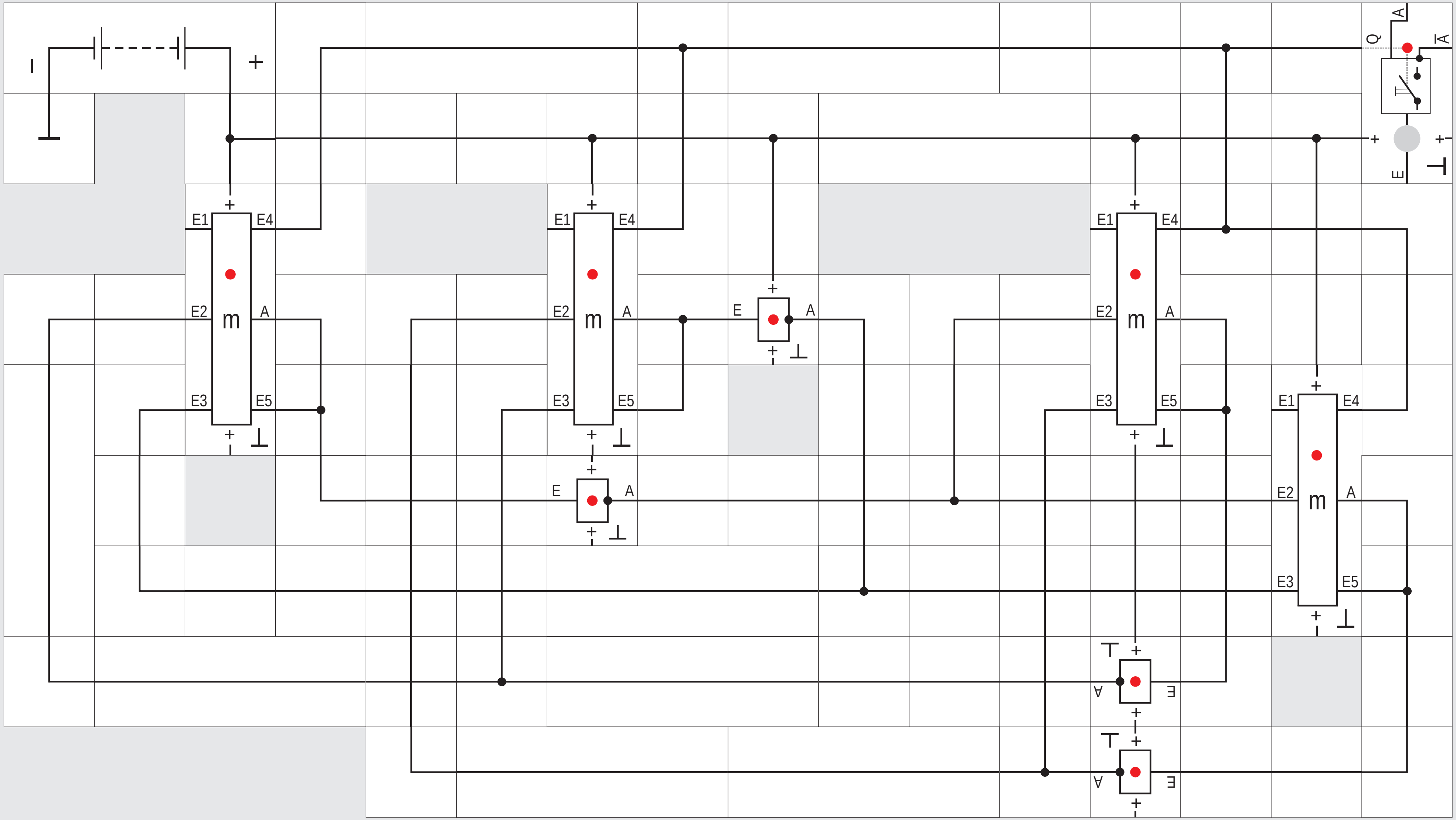
Der Aufwand zum Aufbau eines Zählers bis N wächst nach unseren bisherigen Erkenntnissen linear mit der Anzahl der Zählstufen. Bei großen Zählern können wir eine Ersparnis dadurch erzielen, dass wir N in Faktoren zerlegen und für jeden Faktor einen Zähler aufbauen. Das Vorgehen soll am Beispiel des Dezimalzählers gezeigt werden.

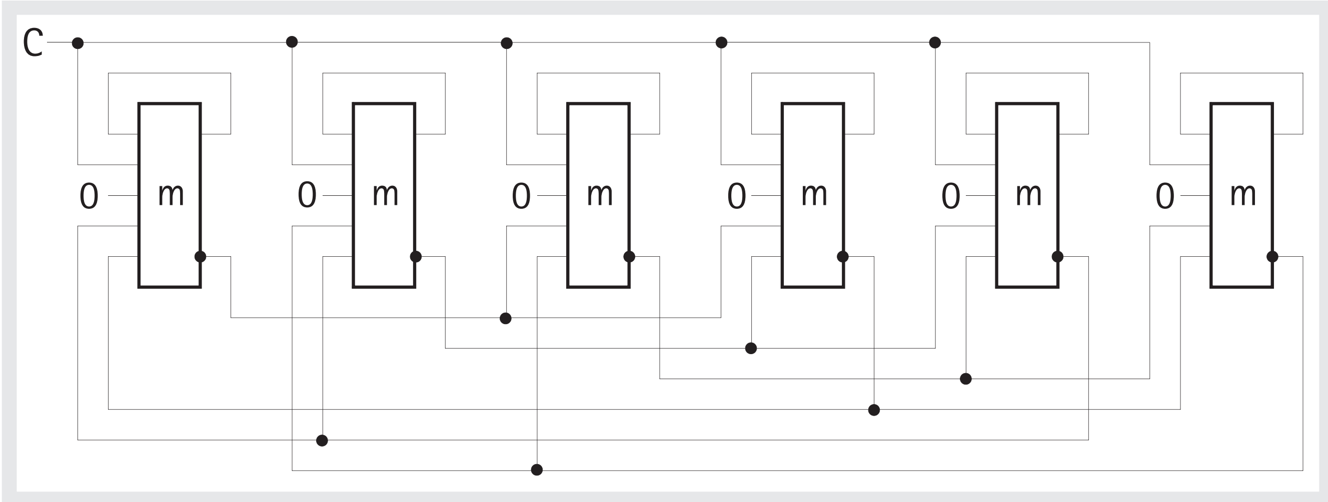
Normalerweise bräuchten wir für N = 10 elf Zählstufen, da N gerade ist. Nun ist $10 = 2 \cdot 5$; der Zweierzähler benötigt drei und der Fünferzähler fünf Zählstufen. Zum Zählen bis 10 benötigen wir also insgesamt nur acht Stufen, wobei in unserem Aufbau der Zweierzähler den Fünferzähler taktet. Die Reihenfolge kann auch umgekehrt sein. In der Tabelle ist angegeben, wie die Zählstufen zählen; zum Dekodieren benötigen wir nur die Ausgänge Y3 bis Y8 und ihre Komplemente. Da die Schaltung bereits sehr viele Bausteine erfordert, verzichten wir auf den Aufbau des Dekoders.

Takte	C	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8
0	1 0	0	0	1	0	1	0
1	1 0	1	1	1	0	1	0
2	1 0	0	1	0	0	1	0
3	1 0	1	1	0	1	1	0
4	1 0	0	1	0	1	0	0
5	1 0	1	1	0	1	0	1
6	1 0	0	0	0	1	0	1
7	1 0	1	0	1	1	0	1
8	1 0	0	0	1	0	0	1
9	1 0	1	0	1	0	1	1

Versuch

48





Versuch 48

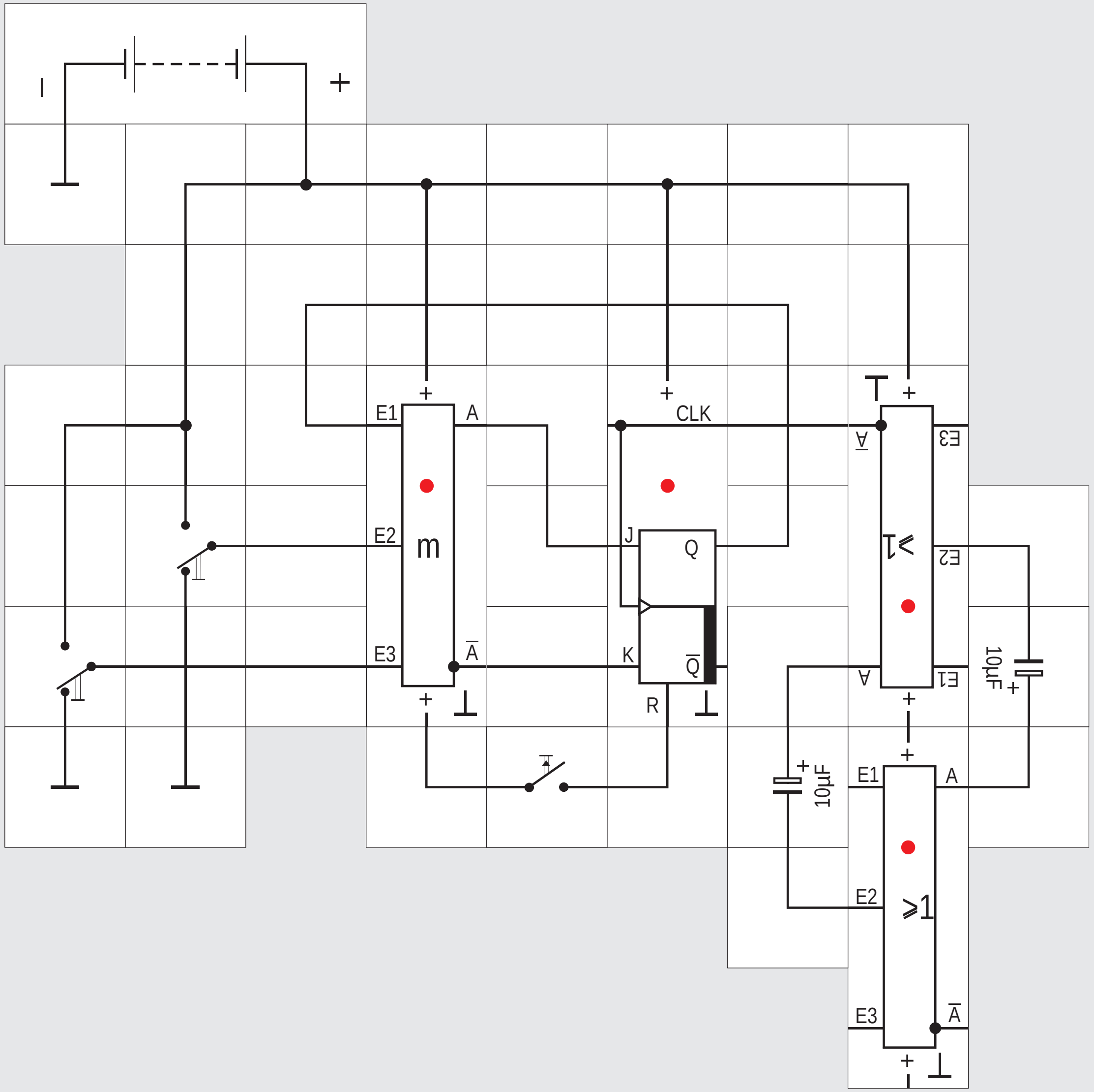
Zähler aus 5 - Eingangs - Majoritäts-bausteinen

Für Zähler mit einer geraden Anzahl N von Zählstufen, wobei N ≥ 4 sein muss, gibt es ein Aufbaumuster, das N Majoritätsbausteine mit fünf Eingängen benötigt [5]. Ein Eingang eines jeden Bausteins ist fest an 0 gelegt. Der jeweils zweite Eingang liegt am Taktsignal C und der Ausgang Yk jedes Bausteins wird auf den dritten Eingang des gleichen Bausteins rückgekoppelt. Die beiden noch freien Eingänge jedes Bausteins werden von den invertierten Ausgängen $\overline{Yi}$ vorangehender Stufen angesteuert. Dafür gilt die folgende Verbindungsregel:
Der invertierte Ausgang $\overline{Yk}$ der k-ten Stufe, wobei 1≤k≤N ist, wird auf einen Eingang des Bausteins k+n und auf einen des Bausteins k+n+1 gelegt. Dabei ist n = (N/2) - 1. Ist kein nachfolgender Baustein mehr da, fängt man wieder von »vorn« an. Die Anordnung ist als Ring verdrahtet. Die Regel klingt komplizierter als sie ist. Das Beispiel zeigt einen Zähler, der bis sechs zählt: Für N = 6 ist n = 6/2 - 1 = 2. Der invertierte Ausgang der (k = 1)-ten, also ersten, Stufe $\overline{Y1}$ wird auf je einen Eingang der dritten und vierten Stufe gelegt, usw. (siehe Abbildung).
Mit unseren vier 5 - Eingangs - Majoritätsbausteinen können wir nur einen Viererzähler aufbauen. Der zu invertierende Ausgang des ersten Bausteins wird, da n = 1 ist, auf den nächsten und den übernächsten gegeben, usw.
Wenn C = 0 ist, geben n benachbarte Stufen eine 1 ab; bei C = 1 kommt eine weitere hinzu und bei erneutem C = 0 wird eine bisher 1 abgebende Stufe 0, so dass die n Einsen eine Stufe weiter gerückt sind.

Literatur
[5] P. Misiurewicz: Comment on “Counting with Majority-Logic Networks”, IEEE Transactions on Electronic Computers vol. EC-14, April 1965, p. 262

Versuch

49



Versuch 49

Taktgesteuertes Koinzidenzflipflop

Bisher haben wir die aus rückgekoppelten Majoritätsbausteinen aufgebauten Zähler ASYNCHRON betrieben: Die Eingangssignale selbst legen fest, wann sich der Ausgang einer Stufe ändern kann, und diese Änderung wandert gegebenenfalls durch die Kette und ändert nacheinander weitere Ausgänge. Eine störsichere Zählweise erhalten wir, wenn die Zählkette SYNCHRON getaktet wird, alle Stufen also einen zentralen Takt erhalten und damit gleichzeitig schalten können. Ob sie schalten oder nicht, hängt dann nur von ihren Eingangssignalen ab.

Wenn wir einen solchen Zähler mit Majoritätsschaltgliedern aufbauen wollen, benötigen wir ein Flipflop, das taktgesteuert schaltet. Wir können es aus einer Majoritätsverknüpfung mit folgendem JK - Flipflop erzeugen. Der Ausgang Q wird auf einen Eingang rückgekoppelt, die beiden anderen Eingänge E2 und E3 sind frei beschaltbar. Das Flipflop kann über den Rücksetzeingang asynchron in die Grundstellung gebracht werden, seine Takte erhält es von einem Taktgenerator, den wir als astabilen Multivibrator aus zwei OR/NOR - Bausteinen aufgebaut haben. In Abhängigkeit seiner beiden Eingangssignale verhält sich der Ausgang des Flipflops nach dem Koinzidenzprinzip: Nur wenn beide Eingänge beim Erscheinen des Taktimpulses ($0 \rightarrow 1$ Flanke) logisch gleich sind, stellt sich der Flipflopausgang nach dem Taktimpuls genauso ein; ist $E2 \neq E3$ bleibt sein bisher gespeicherter Inhalt unverändert. Die Funktionsgleichung dieses KOINZIDENZFLIPFLOPS ist:

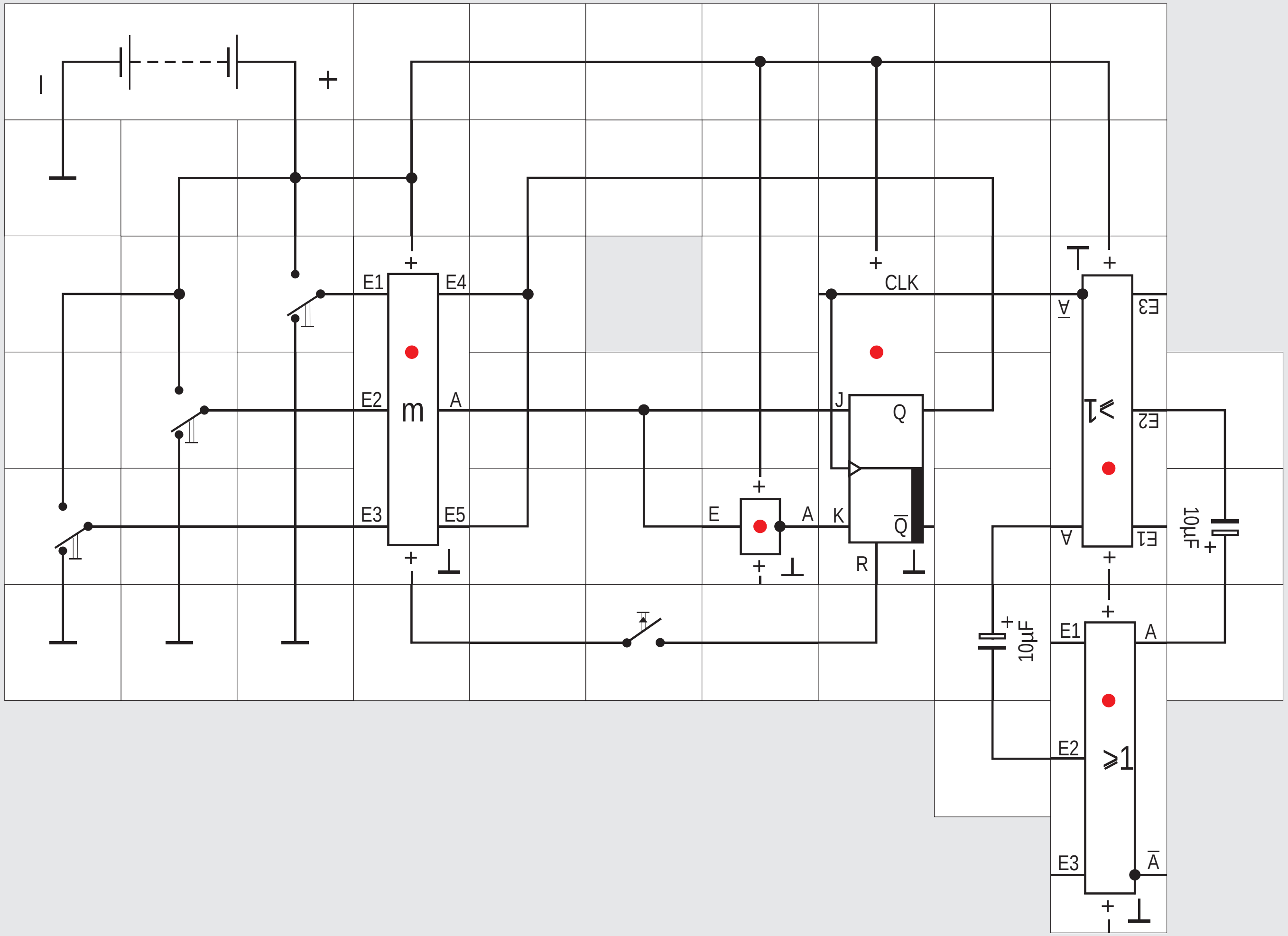
$$Q_{t+1} = Q_t\,(E2 \vee E3) \vee E2E3$$

Seine Wahrheitstafel, in der Q_t der gespeicherte Zustand vor Erscheinen des Taktimpuls und Q_{t+1} der neue Zustand nach dem Taktimpuls ist, ergibt sich zu

E2	E3	Q_{t+1}
0	0	0
0	1	Q_t
1	0	Q_t
1	1	1

Versuch

50



Versuch 50

Taktgesteuertes Koinzidenzflipflop mit drei Eingängen

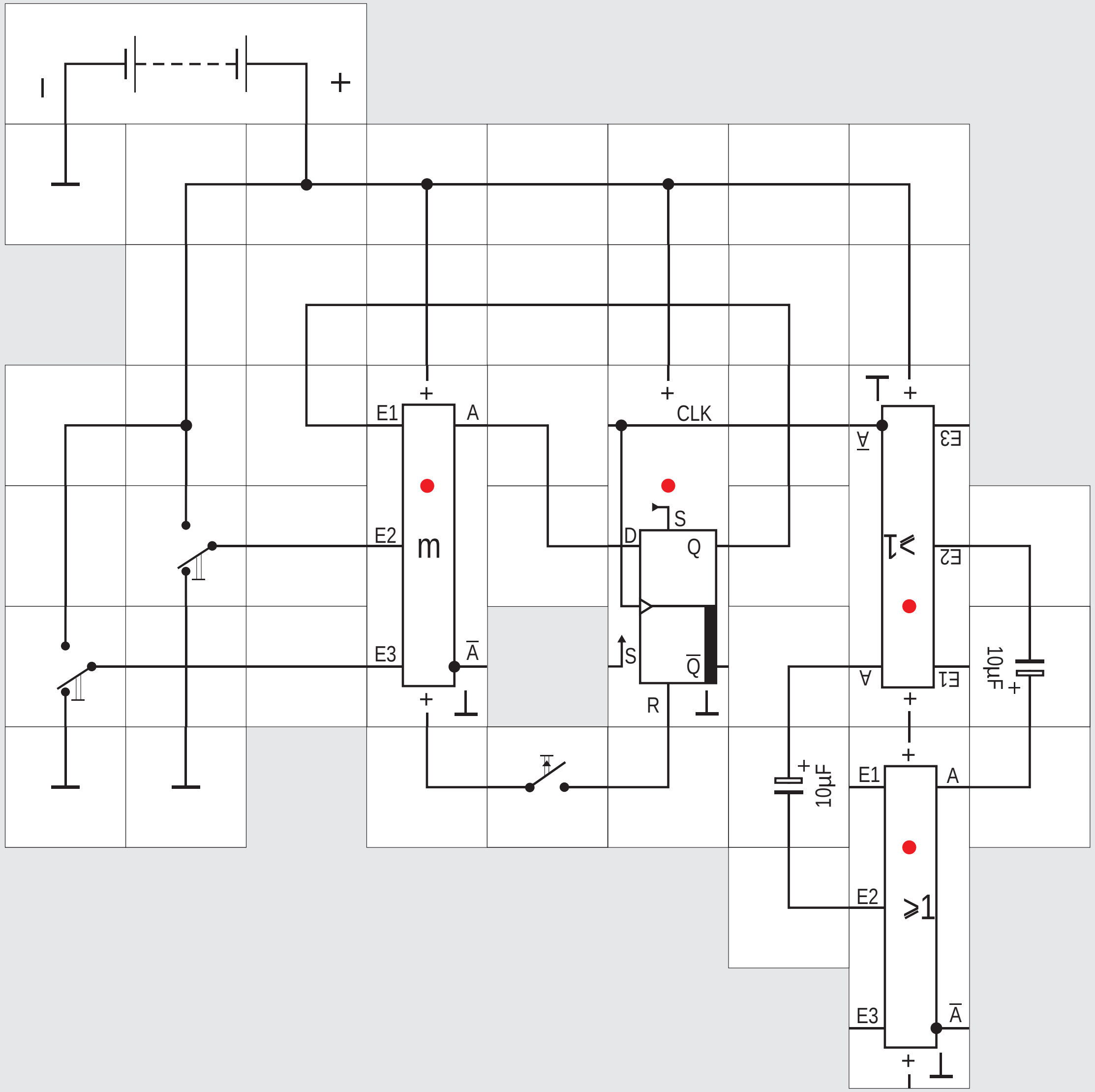
Zum Aufbau eines taktgesteuerten Koinzidenzflipflops können wir auch den Majoritätsbaustein mit fünf Eingängen verwenden und das JK - Flipflop nachschalten. Dabei muss der Ausgang Q dann auf zwei Eingänge der Majoritätsverknüpfung rückgekoppelt werden, damit sich die Schaltung wie ein Koinzidenzflipflop verhält: Nur wenn die restlichen drei Eingänge E1, E2 und E3 logisch identisch sind, wenn der Übernahmetakt erscheint, gibt anschließend der Flipflopausgang Q den gleichen logischen Zustand ab; unterscheidet sich ein Eingangssignal von den anderen beiden, bleibt der Flipflopinhalt unverändert. Daraus ergibt sich die folgende Wahrheitstafel

E1	E2	E3	Q_{t+1}
0	0	0	0
0	0	1	Q_t
0	1	0	Q_t
0	1	1	Q_t
1	0	0	Q_t
1	0	1	Q_t
1	1	0	Q_t
1	1	1	1

Da unser 5 - Eingangs - Majoritätsbaustein keinen invertierten Ausgang Q besitzt, müssen wir zum Ansteuern des JK - Flipflops noch einen Inverter einsetzen.

Versuch

51

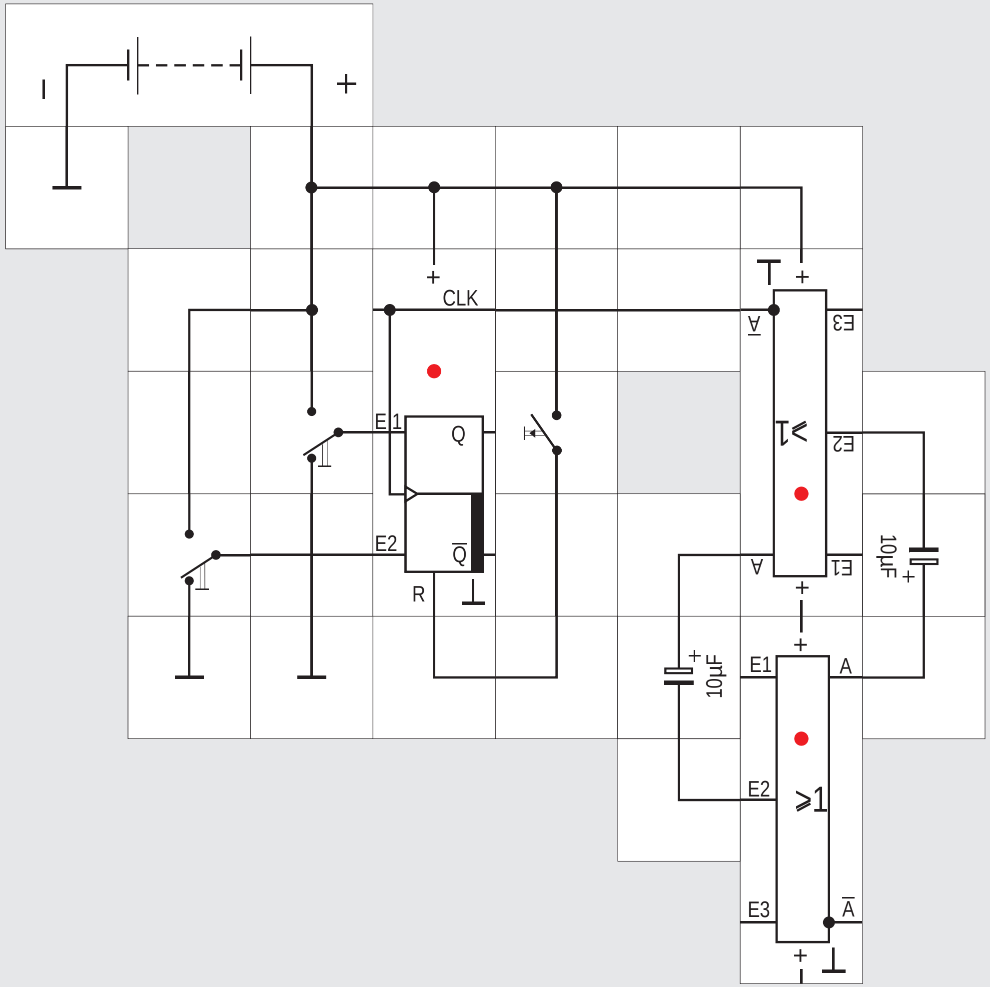


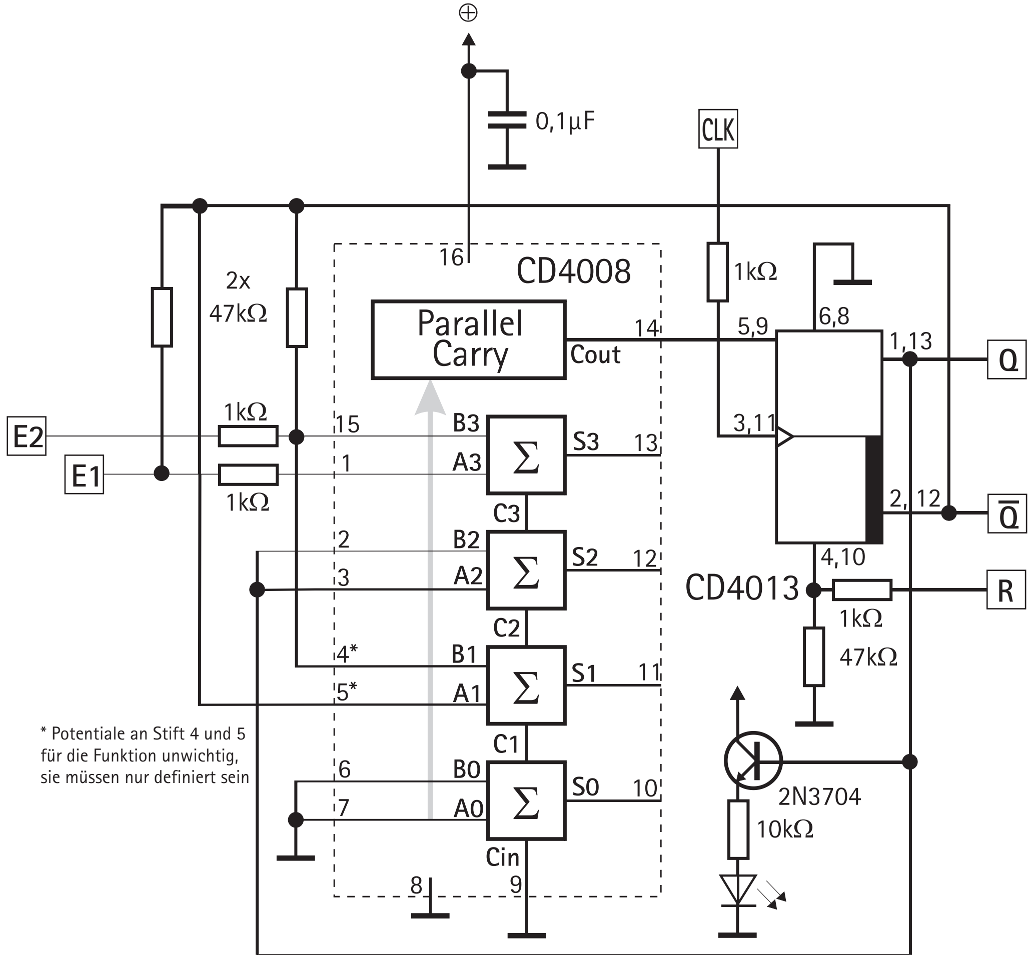
Versuch 51

Koinzidenzflipflop mit D - Flipflop

Besitzer des LECTRON Experimentierkastens »Zähler und Schrittmotor« kennen bereits das D - Flipflop; wir können es statt des JK - Flipflops sowohl bei dem 2 - Eingangs- als auch beim 3 - Eingangs - Koinzidenzflipflop einsetzen. Da es die an seinem Eingang vorhandene Information mit der positiven Taktflanke übernimmt, wird man keinen Unterschied feststellen können. Der Inverter ist dann überflüssig und entfällt.

Versuch 52





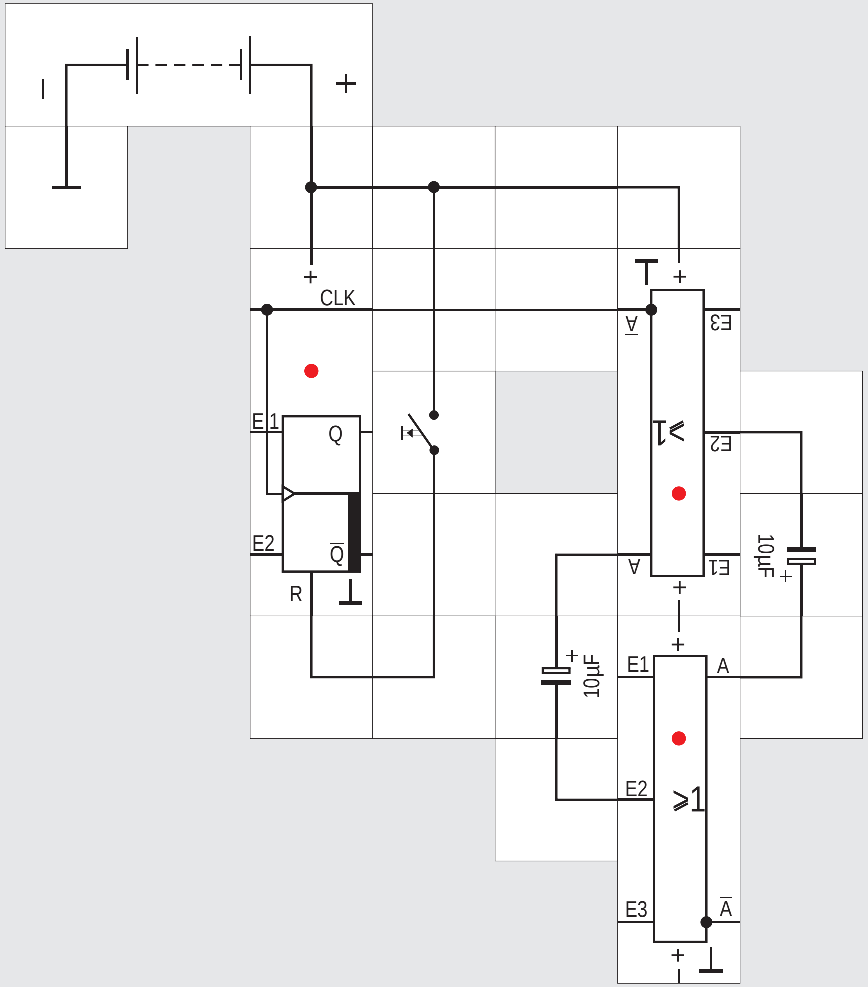
Versuch 52

LEKTRON Koinzidenzflipflop – Baustein

Die Schaltung des Versuchs 51 befindet sich in dem LECTRON Koinzidenzflipflop - Baustein: Einem 3 - Eingangs - Majoritätsbaustein (CMOS Volladdierer CD4008) ist ein taktflankengesteuertes D - Flipflop (CD4013) nachgeschaltet. Sein Rücksetzeingang ist auf ein Kontaktplättchen geführt und kann zum asynchronen Rücksetzen mit Versorgungsspannung verbunden werden. Die Schaltung wird sich also genauso wie die des Versuchs 51 verhalten.

Versuch

53



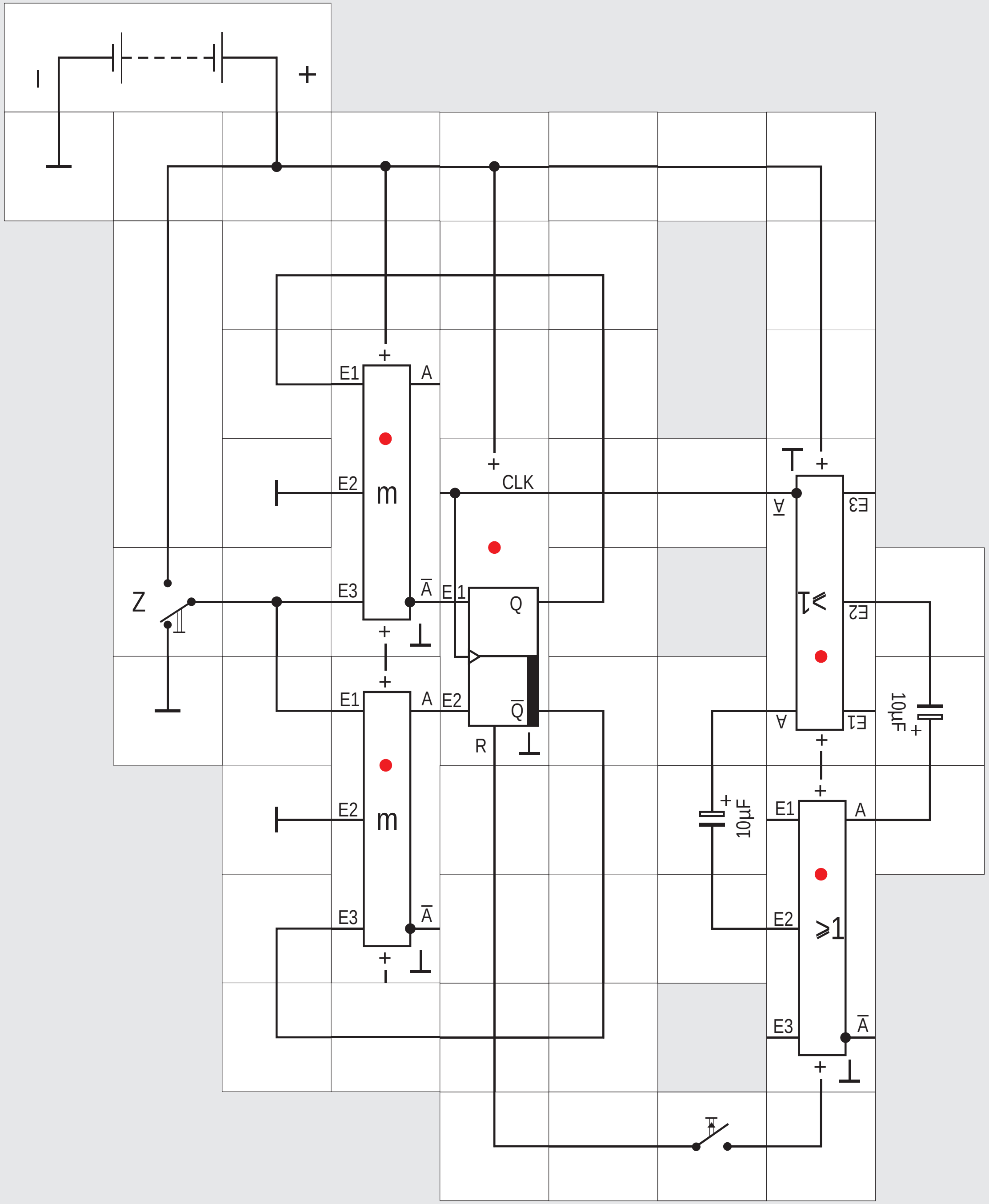
Versuch 53

Binärteiler

Auf eine Besonderheit des Koinzidenzflipflop - Bausteins soll besonders hingewiesen werden. Als wesentliche Bestandteile enthält er zwei integrierte CMOS - Bausteine. Genau wie bei den anderen Verknüpfungsbausteinen AND/NAND, OR/NOR usw. sind die Eingänge gegen statische Aufladung empfindlich und sollten potentialmäßig immer festgelegt werden; das gilt besonders für nicht benötigte Eingänge. Damit wir zur Festlegung nicht unnötig Bausteine verbrauchen, sind die Eingänge bausteinintern meistens schon mit Masse oder Versorgungsspannung über einen hochohmigen Widerstand verbunden. Bei den beiden Flipflopeingängen E1 und E2 ist ähnlich verfahren; nur liegen sie nicht an Masse oder Versorgungsspannung, sondern über je einen 47 kΩ Widerstand an $\overline{Q}$. Bei unbeschalteten Eingängen liegt also immer der invertierte Flipflopinhalt an beiden Eingängen und wird mit der nächsten Taktflanke übernommen. Das Flipflop schaltet also ständig hin und her und arbeitet deswegen ohne Eingangsbeschaltung als Binärteiler.

Versuch

54



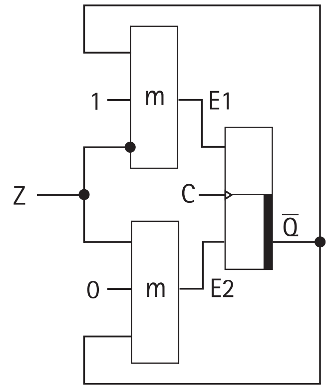
Versuch 54

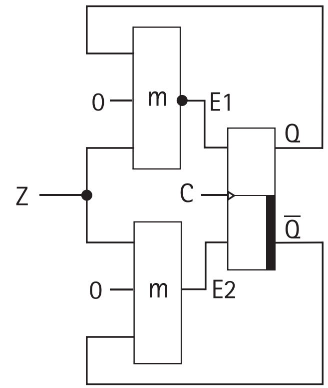
Teilerstufe

Wenn wir mit getakteten Koinzidenzflipflops einen Zähler aufbauen wollen, wissen wir bereits, wie die erste Stufe aussehen muss. E1 und E2 werden mit $\overline{Q}$ verbunden und dann teilt die Stufe durch zwei. Zu einem richtigen Zähler gehört es allerdings, dass das Teilen auch unterbleiben muss und unser Problem ist nun heraus zu finden, wie wir das bewerkstelligen können.
Es gibt zwei Lösungswege, einen für diesen Spezialfall, den wir durch Überlegen gehen und eventuell auf eine allgemeine Lösung erweitern können oder einen formalen nach festgelegten Entwurfsmethoden, wie es im LECTRON Experimentierkasten »Zähler und Schrittmotor« an vielen Beispielen gezeigt wird. Wir wollen zunächst den ersten probieren.
So lange beispielsweise ein Steuersignal Z = 1 ist, soll unsere Binärteilerstufe teilen, bei jedem Taktimpuls also schalten. Dazu muss E1 = E2 = $\overline{Q}$ sein, wie wir bereits wissen.
Bei Z = 0 soll das Teilen unterbleiben, d. h. E1 ≠ E2. Welches der beiden Signalen 0 und welches 1 ist, bleibt uns überlassen.
Zum Sperren von Signalen gibt es zwei einfache Möglichkeiten: Entweder wir verwenden ein UND - Baustein, der mit dem Steuersignal Z = 1 ein abzuschaltendes Signal, nämlich $\overline{Q}$, passieren lässt und mit Z = 0 sperrt und dann 0 abgibt; oder wir können einen ODER - Baustein einsetzen, der mit Z = 0 unser $\overline{Q}$ - Signal durchlässt und mit Z = 1 sperrt, wobei er dann aber eine 1 abgibt. Beide Tore einzusetzen ist bereits die Lösung unseres Problems. Im Durchlass - Fall bekommen beide Eingänge E1 und E2 das $\overline{Q}$ - Signal, im Sperr - Fall ist beispielsweise E1 = 1 und E2 dann 0. Als Tore verwenden wir Majoritätsbausteine, deren einer Eingang mit 1, bzw. mit 0 beschaltet wird, um eine ODER - bzw. eine UND - Verknüpfung zu erhalten. (obere Abbildung). Unschön ist nun noch, dass das Steuersignal Z zusätzlich invertiert benötigt wird. Wegen der Selbstdualität der Majoritätsverknüpfung

$$m(\overline{X1}, \overline{X2}, \overline{X3}) = \overline{m}(X1, X2, X3)$$

lässt sich das gut umformen; statt der invertierten Eingangssignale verwenden wir sie nicht invertiert und invertieren den Ausgang. (untere Abbildung).
Das DE MORGANSCHE GESETZ ergibt sich hier übrigens fast von selbst:
Es ist $m(\overline{X1}, \overline{X2}, 1)$ eine ODER - Verknüpfung von $\overline{X1}$ und $\overline{X2}$, sie ist gleich $\overline{m}(X1, X2, 0)$, einer NAND - Verknüpfung der nicht invertierten Signale; oder anders geschrieben:



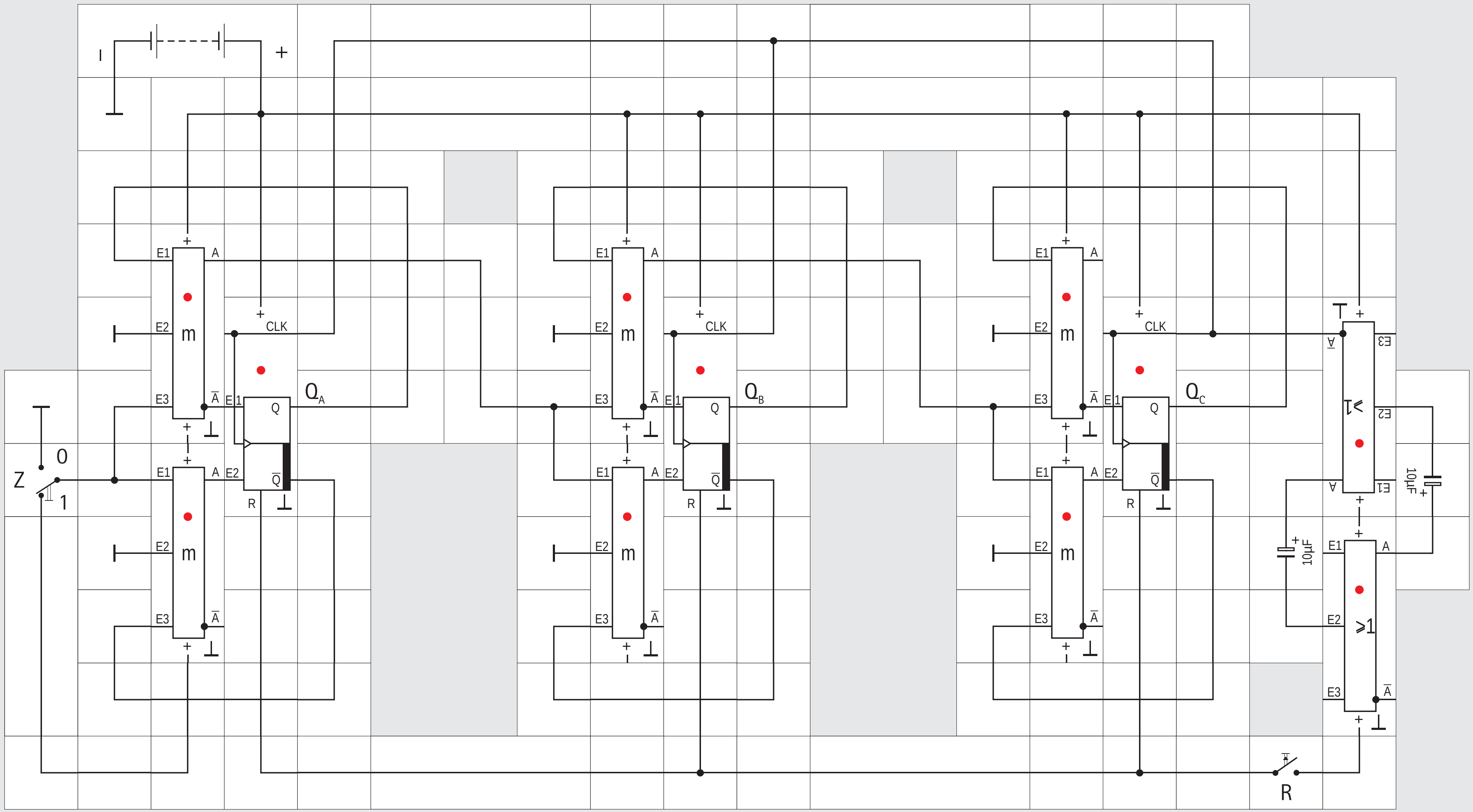


$$\overline{X1} \vee \overline{X2} = \overline{X1 \wedge X2}$$

In unserem Versuchsaufbau schaltet die Stufe, wenn der Umschalter auf Z = 1 steht, sie speichert bei Z = 0.

Versuch

55



Versuch 55

Synchroner modulo - 8 - Zähler

Nachdem wir die erste Teilerstufe aufgebaut haben und von 0 bis 1 zählen können, wollen wir die Schaltung erweitern, um bis 7 zu zählen. Solch ein Zähler heißt modulo - 8 - Zähler, weil er die Anzahl der empfangenen Zählimpulse durch acht dividiert und dann den Rest anzeigt. Wir benötigen dafür drei Zählstufen, die jeweils als Binärteiler hintereinander geschaltet werden und einen zentralen Takt erhalten. Bei Z = 1 dürfen Stufe 2 und 3 natürlich nicht ständig schalten wie es Stufe 1 tut. Unser Problem ist nun heraus zu finden, wann die folgenden Stufen schalten und wann sie speichern müssen. Dazu sehen wir uns die Wahrheitstafel des Zählers

C	B	A	Dez
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4
1	0	1	5
1	1	0	6
1	1	1	7
0	0	0	0

Wahrheitstafel vom mod - 8 - Zähler

für Z = 1 an. Die zweite Stufe B ändert sich immer beim nächsten Takt, wenn A = 1 ist, bei A = 0 speichert sie. Die dritte Stufe C schaltet immer, beim nächsten Takt wenn A = B = 1 sind, in allen anderen Fällen speichert sie. Bei Z = 0 speichern alle Stufen unabhängig vom Zählerstand.
Für die erste Stufe A kennen wir bereits die Lösung, wie wir $\overline{Q}_A$ von den Eingängen $E1_A$ und $E2_A$ absperren können. Entsprechend müssen wir $\overline{Q}_B$ mit einer NAND - Verknüpfung vom Eingang $E1_B$ absperren. Die Verknüpfung war ursprünglich eine »ODER - Sperre« und ist bereits umgeformt. Das Sperrsignal ist Q_AZ; das gleiche Signal sperrt auch $\overline{Q}_B$ mit Hilfe einer UND - Verknüpfung vom Eingang $E2_B$.
Für die dritte Stufe C erhalten wir entsprechend das Sperrsignal Q_AQ_BZ. Normalerweise müssten wir diese Signale erst durch UND - Verknüpfungen erzeugen, das Schöne an unserer Binärstufe ist aber, dass sie bereits vorliegen und kein zusätzlicher Aufwand erforderlich ist: Der NAND - Baustein von Stufe A erzeugt $\overline{ZQ}_A$, an seinem nicht invertierten Ausgang erhalten wir ZQ_A. Entsprechendes gilt für die zweite Stufe B; hier erhalten wir ZQ_AQ_B für die Ansteuerung der dritten Stufe C, die an entsprechender Stelle das Signal $ZQ_AQ_BQ_C$ für eine mögliche weitere Stufe zur Verfügung stellt.

	Ausgang konstant		Ausgang wechselt	
Q_n	0	1	0	1
Q_{n+1}	0	1	1	0
E1	0 x	1 x	1	0
E2	x 0	x 1	1	0

Vorschriften-Übersicht für Eingänge eines Koinzidenz-flipflops

Entwurf des modulo - 8 - Zählers

Obwohl wir nun bereits die fertige Schaltung haben, soll auch der formale Entwurf noch gezeigt werden. Dazu benötigen wir neben der Wahrheitstafel eine weitere Übersicht, in der wir das Schaltverhalten eines Koinzidenzflipflops in Abhängigkeit seiner Eingangszustände festhalten wollen (siehe Abbildung).

Die Übersicht ist folgendermaßen zu lesen:

- Liegt zur Zeit t_n am Ausgang Q des Flipflops eine 0 und soll diese beim nächsten Takt zur Zeit t_{n+1} nicht geändert werden, so kann am Eingang E1 eine 0 anliegen; es ist gleichgültig, was am Eingang E2 anliegt (E2 = X). Liegt dagegen an E2 eine 0, ist es gleich, was an E1 anliegt (E1 = x).
- Soll dagegen Ausgang Q eine 1 beibehalten, muss entweder E1 = 1 oder E2 = 1 sein, der jeweils andere Eingang ist nicht vorgeschrieben (E1 bzw. E2 = X).
- Soll ein Wechsel von 0 nach 1 stattfinden, muss E1 = E2 =1 sein.
- Soll das Flipflop von 1 nach 0 schalten, so muss E1 = E2 = 0 sein.

Aus diesen vier Vorschriften lesen wir ab, dass es für beide Eingänge nur dann eine zwingende Vorschrift gibt, wenn ein Wechsel bevorsteht. Damit wir für den Fall »Ausgang konstant« ein wenig Systematik in den Entwurf bekommen und uns nicht verzetteln, beschränken wir uns auf die eingerahmten Möglichkeiten und setzen E1 = X = 1 sowie E2 = X = 0. Für jeden E1 - und jeden E2 - Eingang der drei Zählerstufen muss mit Hilfe einer Karnaugh - Tafel die Ansteuerschaltung entworfen werden. Im Lageplan der Karnaugh-Tafel sind die dezimalen Werte mit kleinen Ziffern angegeben. Ziffern mit * bedeutet: Hier ist Z = 0 und keine Stufe darf schalten.

Wir fangen mit den Karnaugh - Tafeln von $E1_A$ und $E2_A$, also der ersten Stufe (A) an und sehen, dass bei den Dezimalzahlen 0, 2, 4 und 6 ein Wechsel nach 1 bevorsteht, alle Felder in beiden Tafeln müssen eine 1 bekommen. Bei 1, 3, 5 und 7 steht ein Wechsel nach 0 bevor, deswegen erhalten alle Felder in beiden Tafeln eine 0. Die * - Felder bekommen gemäß unserer Beschränkung in der E1 - Tafel ein X oder eine 1, in der E2 - Tafel eine 0 oder ein X. Damit wir einfache Funktionsausdrücke erhalten, werden wir in allen E1 - Tafeln alle X = 1 und in allen E2 - Tafeln alle X = 0 setzen.

Wir erstellen in gleicher Weise die Karnaugh - Tafeln für $E1_B$, $E2_B$, $E1_C$ und $E2_C$ und erhalten (zum Teil nach Umformung) die angegebenen Funktionsausdrücke. Die daraus resultierende Schaltung ist natürlich die unseres bereits bestehenden Versuchsaufbaus.

CZ \ AB	00	01	11	10
00	X^{0*}	X^{2*}	1^{3*}	1^{1*}
01	1^{0}	1^{2}	0^{3}	0^{1}
11	1^{4}	1^{6}	0^{7}	0^{5}
10	X^{4*}	X^{6*}	1^{7*}	1^{5*}

Karnaugh-Tafel für $E1_A = \overline{A} \vee \overline{Z}$

CZ \ AB	00	01	11	10
00	X^{0*}	1^{2*}	1^{3*}	X^{1*}
01	X^{0}	1^{2}	0^{3}	1^{1}
11	X^{4}	1^{6}	0^{7}	1^{5}
10	X^{4*}	1^{6*}	1^{7*}	X^{5*}

Karnaugh-Tafel für $E1_B = \overline{A} \vee \overline{B} \vee \overline{Z} = \overline{ABZ}$

CZ \ AB	00	01	11	10
00	X^{0*}	X^{2*}	X^{3*}	X^{1*}
01	X^{0}	X^{2}	1^{3}	X^{1}
11	1^{4}	1^{6}	0^{7}	1^{5}
10	1^{4*}	1^{6*}	1^{7*}	1^{5*}

Karnaugh-Tafel für $E1_C = \overline{A} \vee \overline{B} \vee \overline{C} \vee \overline{Z}$
$= \overline{ABCZ}$

CZ \ AB	00	01	11	10
00	0^{0*}	0^{2*}	X^{3*}	X^{1*}
01	1^{0}	1^{2}	0^{3}	0^{1}
11	1^{4}	1^{6}	0^{7}	0^{5}
10	0^{4*}	0^{6*}	X^{7*}	X^{5*}

Karnaugh-Tafel für $E2_A = \overline{A} \wedge Z$

CZ \ AB	00	01	11	10
00	0^{0*}	X^{2*}	X^{3*}	0^{1*}
01	0^{0}	X^{2}	0^{3}	1^{1}
11	0^{4}	X^{6}	0^{7}	1^{5}
10	0^{4*}	X^{6*}	X^{7*}	0^{5*}

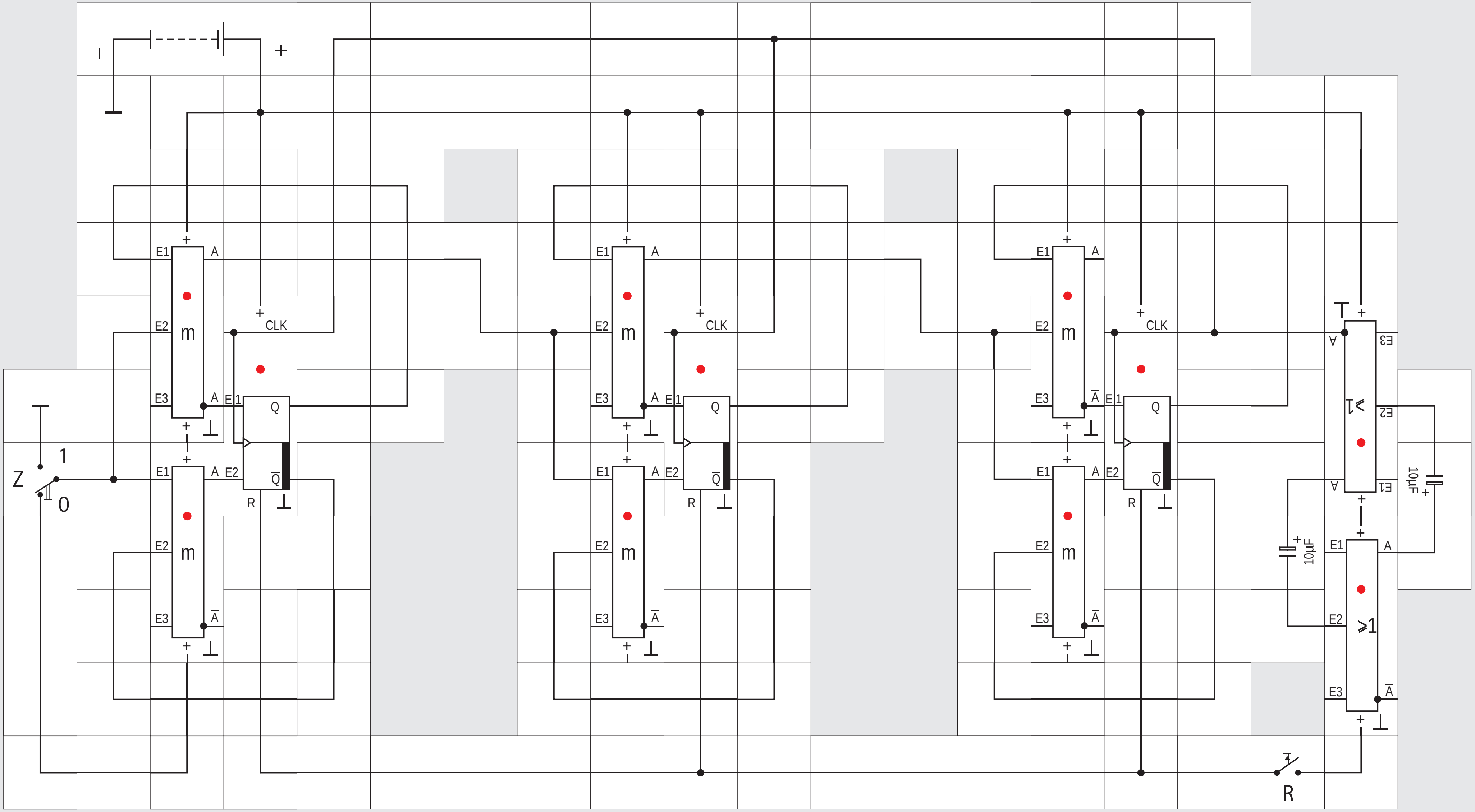
Karnaugh-Tafel für $E2_B = A\overline{B}Z$

CZ \ AB	00	01	11	10
00	0^{0*}	0^{2*}	0^{3*}	0^{1*}
01	0^{0}	0^{2}	1^{3}	0^{1}
11	X^{4}	X^{6}	0^{7}	X^{5}
10	X^{4*}	X^{6*}	X^{7*}	X^{5*}

Karnaugh-Tafel für $E2_C = AB\overline{C}Z$

Versuch

56



Versuch 56

Modulo 8 – Rückwärtszähler

Mit der gleichen Methode wollen wir nun einen Rückwärtszähler entwerfen. Wir gehen wieder von seiner Wahrheitstafel und der Vorschriften - Übersicht des Koinzidenzflipflops aus. Bei der Übersicht wählen wir für »Ausgang konstant« dieses Mal die andere (eingerahmte) Möglichkeit und erhalten die nebenstehenden Karnaugh - Tafeln, die zu dem angegeben Versuchsaufbau führen.

C	B	A	Dez
0	0	0	0
1	1	1	7
1	1	0	6
1	0	1	5
1	0	0	4
0	1	1	3
0	1	0	2
0	0	1	1
0	0	0	0

Wahrheitstafel vom Rückwärtszähler

	Ausgang konstant		Ausgang wechselt	
Q_n	0	1	0	1
Q_{n+1}	0	1	1	0
E1	$\boxed{0}$ x	1 $\boxed{x}$	1	0
E2	$\boxed{x}$ 0	x $\boxed{1}$	1	0

Vorschriften - Übersicht für die Eingänge eines Koinzidenzfflipflops

CZ \ AB	00	01	11	10
00	0^{0*}	0^{2*}	X^{3*}	X^{1*}
01	1^{0}	1^{2}	0^{3}	0^{1}
11	1^{4}	1^{6}	0^{7}	0^{5}
10	0^{4*}	0^{6*}	X^{7*}	X^{5*}

Karnaugh-Tafel für $E1_A = \bar{A}Z = \overline{A \vee \bar{Z}}$

CZ \ AB	00	01	11	10
00	0^{0*}	X^{2*}	X^{3*}	0^{1*}
01	1^{0}	0^{2}	X^{3}	0^{1}
11	1^{4}	0^{6}	X^{7}	0^{5}
10	0^{4*}	X^{6*}	X^{7*}	0^{5*}

Karnaugh-Tafel für $E1_B = \bar{A}\,\bar{B}\,Z = \overline{A \vee B \vee \bar{Z}}$

CZ \ AB	00	01	11	10
00	0^{0*}	0^{2*}	0^{3*}	0^{1*}
01	1^{0}	0^{2}	0^{3}	0^{1}
11	0^{4}	X^{6}	X^{7}	X^{5}
10	X^{4*}	X^{6*}	X^{7*}	X^{5*}

Karnaugh-Tafel für $E1_C = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,Z = \overline{A \vee B \vee C \vee \bar{Z}}$

CZ \ AB	00	01	11	10
00	X^{0*}	X^{2*}	1^{3*}	1^{1*}
01	1^{0}	1^{2}	0^{3}	0^{1}
11	1^{4}	1^{6}	0^{7}	0^{5}
10	X^{4*}	X^{6*}	1^{7*}	1^{5*}

Karnaugh-Tafel für $E2_A = \bar{A} \vee \bar{Z}$

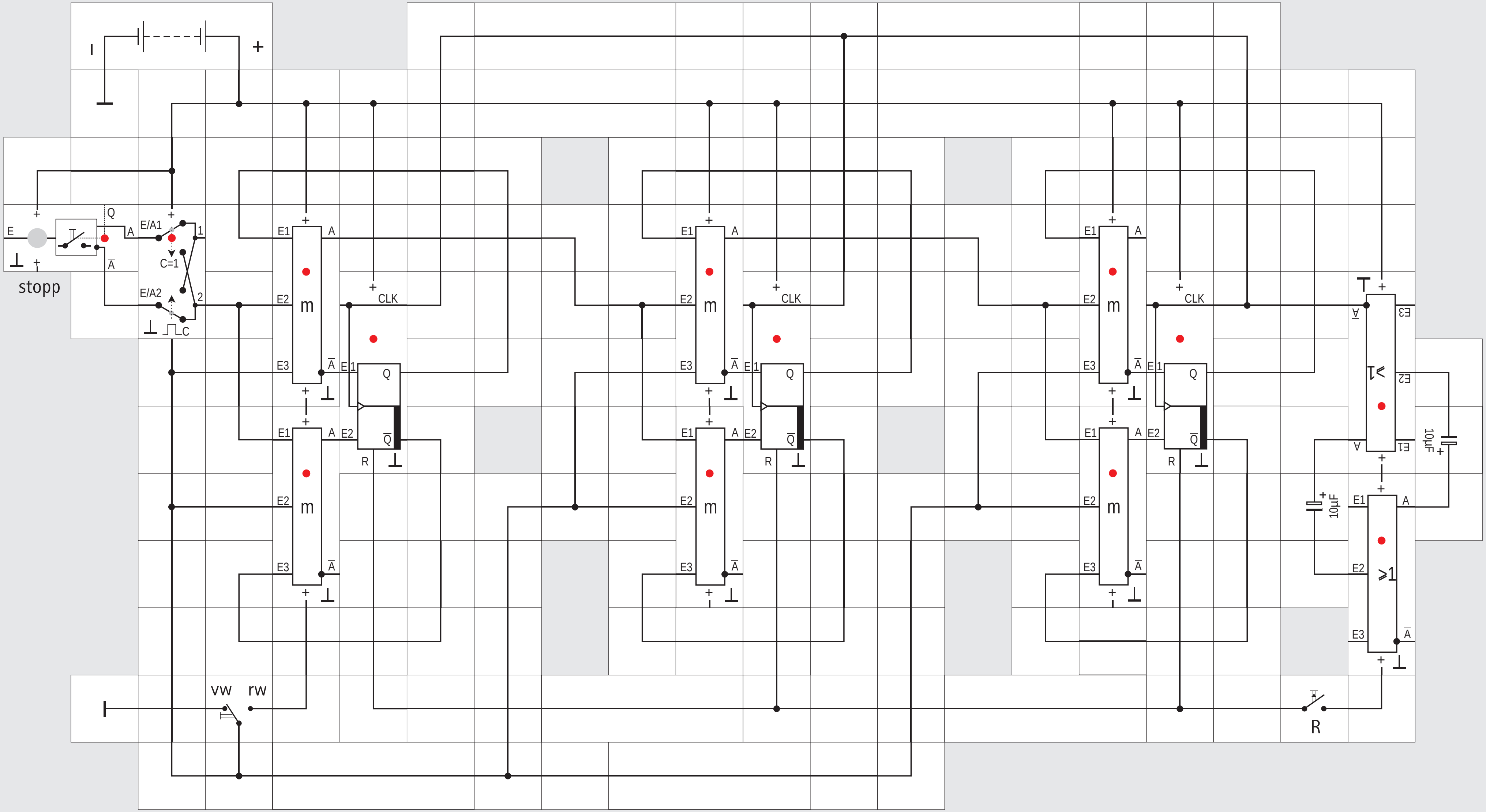
CZ \ AB	00	01	11	10
00	X^{0*}	1^{2*}	1^{3*}	X^{1*}
01	1^{0}	0^{2}	1^{3}	X^{1}
11	1^{4}	0^{6}	1^{7}	X^{5}
10	X^{4*}	1^{6*}	1^{7*}	X^{5*}

Karnaugh-Tafel für $E2_B = A \vee \bar{B} \vee \bar{Z}$

CZ \ AB	00	01	11	10
00	X^{0*}	X^{2*}	X^{3*}	X^{1*}
01	1^{0}	X^{2}	X^{3}	X^{1}
11	0^{4}	1^{6}	1^{7}	1^{5}
10	1^{4*}	1^{6*}	1^{7*}	1^{5*}

Karnaugh-Tafel für $E2_C = A \vee B \vee \bar{C} \vee \bar{Z}$

Versuch 57



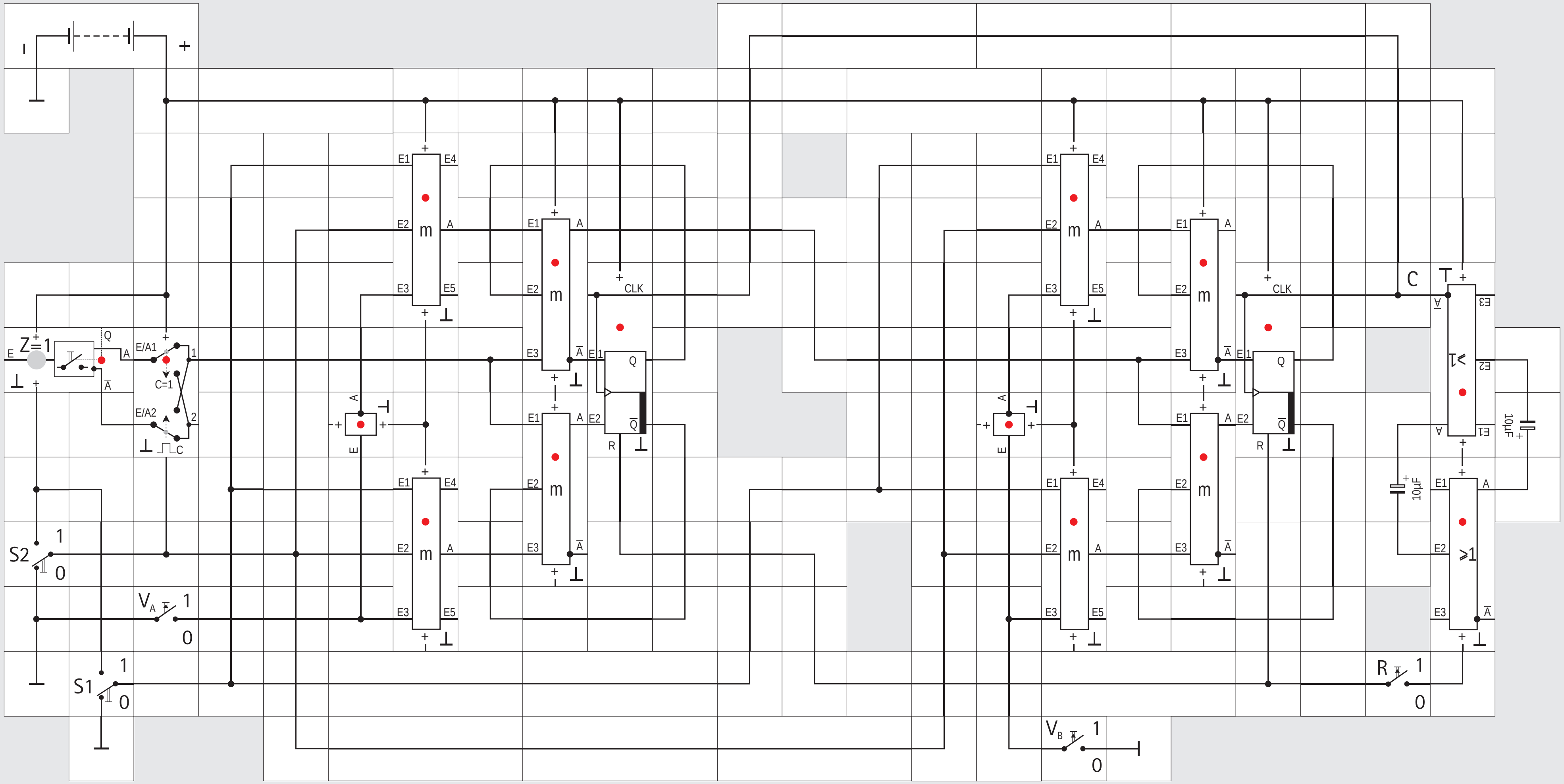
Versuch 57

Modulo – 8 Vorwärts/Rückwärtszähler

Vergleichen wir die Schaltung des Vorwärtszählers aus Versuch 55 mit der des Rückwärtszählers aus Versuch 56, so stellen wir fest, dass sie sich lediglich in der Beschaltung der Majoritätsverknüpfungen unterscheiden.
Beim Vorwärtszähler werden UND - und NAND - Verknüpfungen benötigt, beim Rückwärtszähler ODER - und NOR - Verknüpfungen der sonst gleichen Signale. Statt Z = 1 muss außerdem $\overline{Z}$ = 1 sein, wenn der Zähler zählen soll.
Beide Umschaltungen lassen sich sehr leicht bewerkstelligen: In Stellung vw erhalten alle Majoritätsbausteine eine 0, was sie zu UND - und NAND - Verknüpfungen macht, in der anderen Stellung rw arbeiten sie als ODER - und NOR - Verknüpfungen; außerdem sorgt der Kreuzschalter dafür, dass das Z - Signal invertiert anliegt. Solange die Entprellte Taste nicht betätigt ist, werden in Stellung vw die Takte gezählt, bei denen Z = $\overline{A}$ = 1 ist. Betätigen wir die Taste, wird Z = $\overline{A}$ = 0 und der Zähler speichert; sie arbeitet also als Stopp - Taste. In Stellung rw wird diese Zuordnung vertauscht, so dass sie weiter als Stopp - Taste arbeiten kann.
Das Beispiel zeigt sehr gut die Universalität der Majoritätsfunktion verglichen mit UND - und ODER - Funktionen.

Versuch

58



Versuch 58

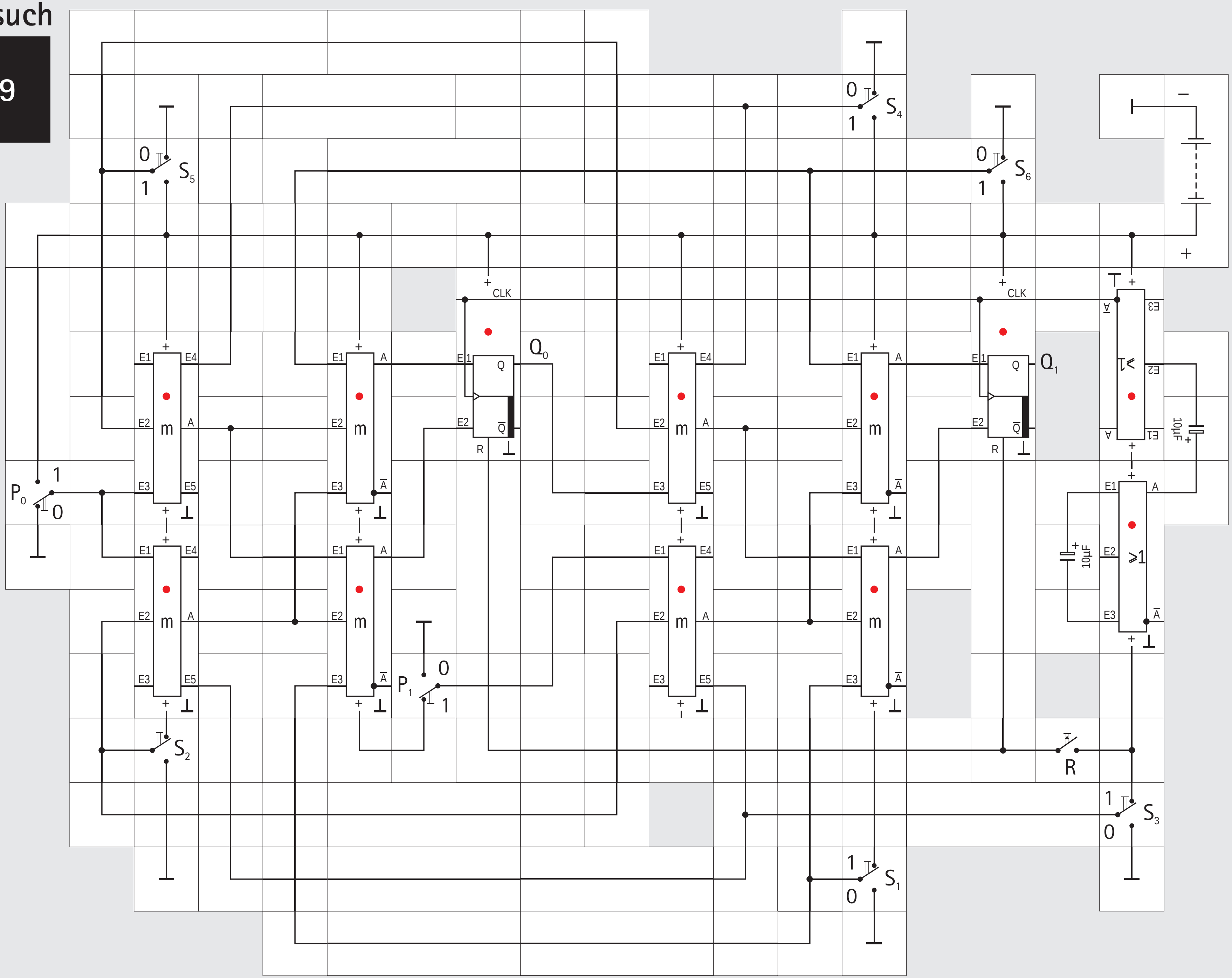
Voreinstellbarer modulo - 4 - Vorwärts / Rückwärtszähler

Unsere bisher aufgebauten Zähler stellten sich beim Einschalten der Versorgungsspannung zufällig ein und konnten dann mit der Rücksetztaste R asynchron in die definierte Grundstellung gebracht werden; das wollen wir auch beibehalten. Durch eine Schaltungserweiterung mit zwei Majoritätsbausteinen pro Zählstufe erhalten wir eine Konfiguration, die es ermöglicht, die einzelnen Stufen taktgesteuert definiert voreinzustellen. Als zusätzliche Majoritätsverknüpfungen verwenden wir die Bausteine mit fünf Eingängen, obwohl wir nur drei benötigen. Wir wählen die Eingänge V_A und V_B für die Voreinstellung so, dass die bausteininternen Widerstände nach Versorgungsspannung bei ihnen und den Invertern wirksam sind, wir also mit einem Taster nur nach Masse schalten müssen, wenn eine 0 eingestellt werden soll.

Da die Schaltung recht viele Bausteine benötigt, beschränken wir uns auf den Aufbau von zwei Stufen A und B. Die Vorwärts / Rückwärts - Umschaltung geschieht genau wie die Voreinstellung mit den Steuersignalen S1 und S2. Die »Entprellte Taste« wirkt verglichen mit Versuch 57 entgegengesetzt, weil wir den anderen Ausgang des Kreuzschalters verwenden: Der Zähler zählt bei betätigter Taste und speichert, wenn wir sie loslassen. Es gilt die folgende Tabelle für die Betriebsarten:

S1	S2	Betriebsart des Zählers für R = 0
0	0	Taktschritte vorwärts zählen, bei denen Z = 1 ist
1	1	Taktschritte rückwärts zählen, bei denen Z = 1 ist
0	1	Information von V_A und V_B in den
1	0	Zähler übernehmen

Versuch 59

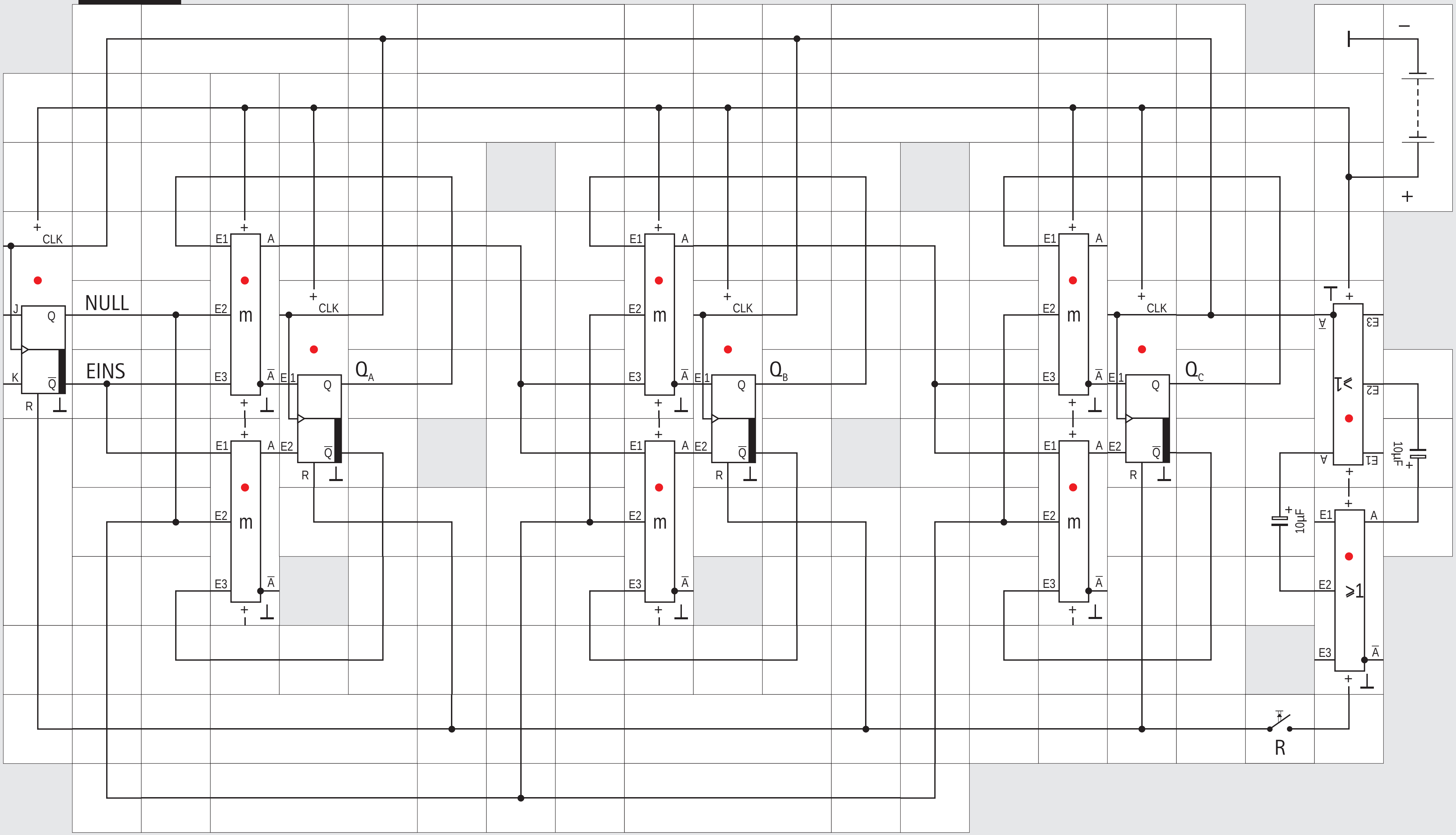


Versuch 59

Universelles Schieberegister

Außer in Zählern werden Flipflops in Schieberegistern eingesetzt. Wir wollen deswegen noch in einem Beispiel zeigen, wie das Koinzidenzflipflop in dieser Anwendung angesteuert werden muss. Da eine Schieberegisterzelle bereits aus vier Majoritätsverknüpfungen und einem Koinzidenzflipflop besteht, also recht umfangreich ist, können wir aus Platz- und Aufwandsgründen nur zwei Zellen aufbauen.
Das Schieberegister wird wieder von dem aus zwei OR/NOR - Bausteinen bestehenden Multivibrator getaktet. Es hat die Paralleleingänge P_0, P_1, ...usw. und die Ausgänge Q_0, Q_1, ...; P_0 ist gleichzeitig der serielle Eingang. Über die sechs Steuereingänge S_1 bis S_6 können wir mittels Umschalter die Betriebsarten des Schieberegisters von Hand einstellen. Die wichtigsten sind in der Tabelle aufgeführt. Über zwei weitere Umschalter legen wir P_0 und P_1 fest. Der Taster R dient zum Rückstellen.
Eigentlich bräuchten wir nur Majoritätsbausteine mit drei Eingängen; damit die beiden Zellen identisch aussehen, sind jeweils zwei Bausteine mit fünf Eingängen eingesetzt, wobei die beiden nicht benutzten Eingänge wieder so gewählt wurden, dass die bausteininternen Widerstände einen an 0 und den anderen an 1 legen. Die Schalter S_1 bis S_6 konnten aus Platzgründen nicht so übersichtlich angeordnet werden, wie es wünschenswert gewesen wäre.
Ein Ringschieberegister entsteht, wenn wir den Ausgang der letzten Zelle Qn mit dem »aufgetrennten« Eingang P_0 verbinden. Rückwärts schieben wird in dieser Konfiguration durch zusätzliche Verbindungen Q_i mit P_{i-1} in der Betriebsart »Parallel übernehmen« möglich; allerdings sind ohne zusätzliche Datenweichen die Paralleleingänge dann nicht mehr frei.

Betriebsart	Bedingung
1 setzen	$m(S_1S_2, S_2S_3, S_4S_5) = 1$
0 setzen	$m(S_1S_2, S_2S_3, S_4S_5) = 0$
halten	$S_1=\overline{S}_6$ und $S_2=S_3=\overline{S}_4=\overline{S}_5$
schieben	$S_4=\overline{S}_5$ und $S_1=\overline{S}_2=\overline{S}_3=S_6$
parallel übernehmen	$S_2=\overline{S}_3$ und $S_1=\overline{S}_4=\overline{S}_5=S_6$


CLK
J
Q
NULL
K
Q̄
EINS
R
E1
A
E2
m
E3
Ā
Q_A
Q_B
Q_C
≥1
10µF
R

Versuch 60

Zähler mit dynamischen Referenzsignalen

In der letzten Schaltung kommen wir noch einmal auf die Eigenschaft der Majoritätsverknüpfung zurück, die sie von den sonst üblicherweise eingesetzten UND - und ODER - Verknüpfungen unterscheidet, nämlich auf die Beziehung

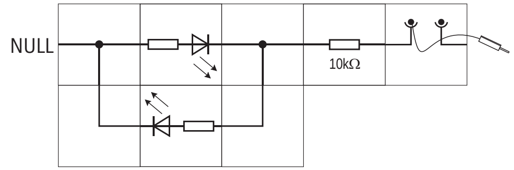
$$\overline{m}\,(X1, X2, X3) = m\,(\overline{X1}, \overline{X2}, \overline{X3})$$

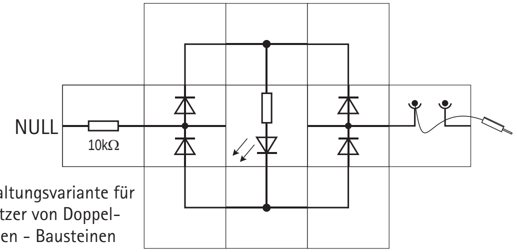
Für die Wahrheitstafel bedeutet dies, dass stets die Hälfte der Funktionswerte 1 und die andere Hälfte 0 ist, ganz im Gegensatz zu den beiden angesprochenen geläufigen Verknüpfungen. Solange wir mit Majoritätsverknüpfungen arbeiten, ist es auch belanglos, ob wir das tiefe Potential der logischen 0 und das hohe entsprechend der logischen 1 zuordnen oder die umgekehrte Zuordnung wählen. Im ersten Fall spricht man von positiver Logik, im zweiten von negativer Logik. Die Majoritätsverknüpfung liefert immer das richtige Ergebnis, sogar auch dann, wenn periodisch zwischen den beiden Zuordnungen hin und her geschaltet wird. Den logischen Inhalt eines Signals erhalten wir stets durch Vergleich mit dem Referenzsignal NULL: Ist es gleich NULL, entspricht es logisch 0, ist es entgegengesetzt entspricht es logisch 1. Am Beispiel des Zählers aus Versuch 55 wollen wir das demonstrieren.

Wir benötigen zunächst ein als Binärteiler geschaltetes JK - Flipflop, das mit demselben Takt angesteuert wird wie die Koinzidenzflipflops. Am Q - Ausgang gibt es das Referenzsignal NULL, am $\overline{Q}$ - Ausgang das Referenzsignal EINS ab. Im ursprünglichen Zähler wurde 0 für jeweils einen Eingang aller Majoritätsbausteine benötigt, um aus ihnen eine UND - bzw eine NAND - Verknüpfung zu erzeugen. Das funktioniert auch weiterhin so. Wir legen jetzt an seine Stelle das NULL - Signal. Das Z - Signal war umschaltbar; um es nicht zu kompliziert zu machen, legen wir es jetzt fest auf 1, entsprechend an EINS. Der Zähler zählt also ständig.

Die bausteininternen Leuchtdioden arbeiten gegen Masse, sie zeigen also nur in jedem zweiten (geraden) Verarbeitungsschritt den richtigen logischen Zustand an, bei ungeraden Verarbeitungsschritten müssen wir die Anzeige invertieren. Besser ist es, zwei externe Leuchtdioden antiparallel in Reihe mit einem 10 kΩ Widerstand gegen NULL zu schalten und mit der Messsonde zu arbeiten. Leuchtet eine der Dioden, liegt eine logische 1 an, sind beide dunkel eine 0.

Der Vorteil solcher Schaltungen mit scheinbar komplizierten Referenzsignalen liegt darin, dass unabhängig vom logischen Inhalt der Signale alle Schal-





Schaltungsvariante für Besitzer von Doppeldioden - Bausteinen

tungsteile ständig auf Schaltfähigkeit geprüft werden können, was für Sicherheitsschaltungen enorm wichtig ist. Dazu baut man die gleichen Verknüpfungen ein zweites Mal auf, betreibt sie mit den antivalenten Signalen und prüft an allen Ausgängen mit Überwachungsgliedern, ob immer eine Potentialdifferenz zwischen dem »Originalkanal« und dem »Komplementärkanal« vorhanden ist. Die Firma Siemens verwendete Anfang der 70er Jahre eine nach diesem Prinzip arbeitende Schaltkreistechnik [6] in den Sicherungsebenen der Transrapid Versuchsanlage im Emsland und bei der H - Bahn in Dortmund.

Literatur

[6] Lohmann, H.-J.: URTL, ein Schaltkreissystem mit selbsttätiger Fehlermeldung, Signal + Draht 64 (1972) 1/2, S. 25 - 27

Syntheseverfahren nach Akers und Negrin

Das Problem, Schaltfunktionen nur mit 3 – Eingangs - Majoritätsschaltgliedern aufzubauen, unterscheidet sich wesentlich von dem herkömmlichen, bei dem NAND - oder NOR - Schaltglieder benutzt werden. Es sind Verfahren für den Schaltungsentwurf gefunden worden, die es erlauben, vorgegebene Funktionen so zu zerlegen, dass die entstehenden Teilfunktionen »einfacher« als die Ausgangsfunktionen sind (z. B. dass eine Teilfunktion nicht von allen Eingangsvariablen abhängt) und sich deswegen leichter mit Majoritätsschaltgliedern aufbauen lassen. Bei der Wahl dieser Teilfunktionen hat man im allgemeinen jedoch soviel Freiheiten, dass viel Intuition und Erfahrung dazu gehören, die optimale Wahl zu treffen, so dass schließlich ein Minimum an Bausteinen zur Realisierung der gewünschten Funktionen erforderlich ist. Das im folgenden vorgestellte Verfahren wurde von Akers [1] entwickelt und von Negrin [2] verfeinert; es verfolgt den umgekehrten Weg und liefert nahezu optimale Lösungen:
Ausgehend von der Wahrheitstafel der gewünschten Funktion werden iterativ Majoritätsschaltglieder nach gewissen Regeln »aufgebaut«. Dadurch wird die Wahrheitstafel immer mehr vereinfacht, bis zum Schluss die Funktion realisiert ist.

Grundlagen und Begriffe

Die Grundlage für das hier wiedergegebene Verfahren bildet Funktionsgleichung

$$m\,(X1, X2, X3) = \overline{m}\,(\overline{X1}, \overline{X2}, \overline{X3}) \qquad (1)$$

Sie besagt, dass die Majoritätsfunktion selbstdual ist.
Allgemein erhält man von einer vorgegebenen Funktion die duale Funktion, indem man bei ihr die Konjunktionen durch die Disjunktionen und umgekehrt ersetzt. Ist die so erhaltene Funktion mit der ursprünglichen identisch, so spricht man von einer selbstdualen Funktion. Durch eine einfache Umformung kann man nachweisen, dass das bei der Majoritätsfunktion zutrifft. Darüber hinaus lässt sich diese Eigenschaft der Selbstdualität durch vollständige Induktion auf jedes Schaltnetz, das mit Majoritätsschaltgliedern aufgebaut ist, erweitern. Wenn eine Schaltnetzfunktion F mit Majoritätsschaltgliedern realisiert ist, gilt deshalb auch für jede Kombination $ß_i$ der Eingangsvariablen:

$$F(ß_i) = \overline{F}(\overline{ß}_i)$$

So gilt z.B. für die 3. / 6. Zeile der Wahrheitstafel

$$F\,(0,1,0) = \overline{F}\,(1,0,1)$$

Umgekehrt kann man erwarten, dass Funktionen, die bereits selbstdual sind, sich mit Majoritätsschaltgliedern besonders einfach realisieren lassen.

Das zunächst zu lösende Problem besteht darin, für eine vorgegebene Schaltfunktion F, die ja im allgemeinen nicht selbstdual ist, einen geeigneten Satz von Eingangsvariablen und Konstanten (0 und 1) zu finden, um sie selbstdual zu machen, so dass sie mit Majoritätsschaltgliedern nach dem folgenden Theorem aufgebaut werden kann:
Eine Schaltfunktion F (X1, X2 ... Xn) kann mit Majoritätsschaltgliedern realisiert werden, wenn und nur wenn für zwei n – bit - Eingangskombinationen $ß_i$ und $ß_j$ ein X_k existiert, so dass gilt:

$$ß_{ik} = F\,(ß_i) \text{ und } ß_{jk} = F\,(ß_j)$$

Mit anderen Worten: Für zwei beliebige Zeilen der Wahrheitstafel für F muss es eine Spalte (einer Eingangsvariablen) geben, deren Werte in diesen Zeilen mit denen der F - Spalte übereinstimmen.
Beweise für die Notwendigkeit und Vollständigkeit dieses Theorems sind in [3] angegeben und sollen hier nicht wiederholt werden. Jede Funktion, bei der die Bedingungen dieses Theorems zutreffen, heißt logisch passiv selbstdual.

Prüfung auf Selbstdualität

Anhand eines Beispiels sollen das Vorgehen und die Anwendung des Theorems erläutert werden. Die zu

	X1	X2	X3	F
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	0	1	0	1
3	1	1	0	1
5	1	0	1	0
6	0	1	1	1

Tafel 1

realisierende Funktion ist dazu durch ihre Wahrheitstafel, die nicht vollständig, sondern nur widerspruchsfrei zu sein braucht, dargestellt (Tafel 1).
Wendet man auf diese Tafel das Theorem an, so erkennt man, dass F in der Zeile 1 den Wert 1 und in der Zeile 5 den Wert 0 hat. Keine andere Spalte (Eingangsvariable) besitzt die entsprechenden Werte in denselben Zeilen. Weiter ist dieses Theorem auch bei den Zeilen 1 und 2 sowie bei den Zeilen 11 und 6 nicht erfüllt; wieder hat keine andere Spalte außer F eine 1 in diesen beiden Zeilenkombinationen.
Die gegebene Funktion ist offensichtlich nicht logisch passiv selbstdual, und es sind zusätzliche Spalten (Eingangsvariable) nötig, um sie selbstdual zu machen:

Die erste Bedingung wird erfüllt, wenn man eine Spalte hinzufügt, die in Zeile 1 eine 1 und in Zeile 5 eine 0 besitzt: $\overline{X3}$ genügt diesen Anforderungen.
Die zweite Bedingung lässt sich erfüllen, indem eine Spalte mit einer Konstanten - nämlich 1, hier mit U bezeichnet - hinzugefügt wird. In der erweiterten Tafel 2 ist F nun selbstdual, wie sich leicht nachprüfen lässt.

	X1	X2	X3	$\overline{X3}$	U	F
0	0	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1
2	0	1	0	1	1	1
3	1	1	0	1	1	1
5	1	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1	1

Tafel 2

	X1	X2	X3	$\overline{X3}$	U	F
0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	1
2	0	1	0	1	1	1
3	1	1	0	1	1	1
5	0	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	1	1

Tafel 3

Erstellen der Einheitstafel

Als nächstes wird mit Hilfe der Gleichung (1) die Tafel 2 umgeformt. Jede Zeile, in der F den Wert 0 hat, wird durch ihr Komplement ersetzt. Die dadurch entstehende Tafel 3 heißt EINHEITSTAFEL.
Diese Einheitstafel hat einige Eigenschaften, die für die weitere Realisierung der Funktion nützlich sind.
Da F nach der Umformung mit (1) in jeder Zeile 1 ist und die selbstduale Eigenschaft durch diese Umformung nicht berührt wurde, muss jedes Paar von Eingangskombinationen eine 1 in mindestens einer Spalte gemeinsam haben. Über diese Umformung hinaus kann man alle Spalten eliminieren, durch deren Entfernung diese Bedingung nicht verletzt wird:
Man prüft die Tafel 3 auf gemeinsame 1en in den Spalten und kennzeichnet diejenigen Paare mit einem Kreis, die nur in einer Spalte vorkommen. Diese umkreisten 1en heißen wesentliche 1en. Eine Spalte mit wesentlichen 1en kann nicht entfernt werden, ohne die Eigenschaft der Selbstdualität zu verletzen (Tafel 4).
Dagegen wird je de Spalte, die keine (umkreiste) wesentliche 1 enthält, eliminiert. In dem Beispiel ist es die Variable X3; sie hat nur in den Zeilen 0 und 6 eine 1, diese beiden Fälle werden aber bereits durch

	X1	X2	X3	$\overline{X3}$	U	F
0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	1
2	0	1	0	1	1	1
3	1	1	0	1	1	1
5	0	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	1	1

Tafel 4

	X1	X2		$\overline{X3}$	U	
0	1	1		0	0	
1	1	0		1	1	
2	0	1		1	1	
3	1	1		1	1	
5	0	1		1	0	
6	0	1		0	1	

Tafel 5

die Eingangsvariable X2 abgedeckt. Tafel 5 zeigt das Ergebnis; da F in jeder Zeile der Einheitstafel 1 ist, wird diese Spalte der Einfachheit halber weggelassen.

Umformung zur reduzierten Einheitstafel

Die Tafel 5 kann noch weiter vereinfacht werden: Wenn nämlich für zwei Zeilen ß$_i$ und ß$_j$

ß$_i \subseteq$ ß$_j$

ist, kann ß$_j$ eliminiert werden. Dabei bedeutet ß$_i \subseteq$ ß$_i$ dass ß$_j$ überall dort eine 1 - wesentlich oder unwesentlich - hat, wo ß$_i$ ebenfalls eine besitzt. Der Beweis für die Gültigkeit dieser Regel ist in [1] zu finden. Wendet man diese Regel auf die Tafel 5 an, so können die Zeilen 2 und 3 eliminiert werden, da sie in den Spalten X2 und X3 1en haben, die auch in Zeile 5 vorkommen.

Tafel 6 ist die REDUZIERTE EINHEITSTAFEL, bei der die wesentlichen 1en wieder umkreist sind. In diesem speziellen Beispiel gibt es in der reduzierten Einheitstafel keine unwesentlichen 1en mehr, was im allgemeinen Fall aber nicht so sein muss.

	X1	X2	$\overline{X3}$	U
0	1	1	0	0
1	1	0	1	1
5	0	1	1	0
6	0	1	0	1

Tafel 6

Einfaches Synthesebeispiel

Da das folgende Synthese - Verfahren auf dieser reduzierten Einheitstafel basiert , sind die einzelnen Schritte, die zu dieser Tafel führen, noch einmal zusammengestellt und parallel dazu an einem komplizierten Beispiel verdeutlicht. Ausgangspunkt ist die Wahrheitstafel für F (X1, X2, X3, X4) (Tafel 7).

1. Man macht F selbstdual, indem zusätzliche Spalten mit den Komplementen der Eingangsvariablen und mit Konstanten (0 und 1) zu der gegebenen Tafel hinzugefügt werden, so dass für zwei beliebige Zeilen ß$_i$ und ß$_j$ eine Spalte X_k existiert für die

ß$_{ik}$ = F (ß$_i$) und ß$_{jk}$ = F (ß$_j$) ist.

(Anmerkung: F wird stets selbstdual, wenn Spalten aller Komplemente der Eingangsvariablen sowie Spalten mit 0 und 1 hinzugefügt werden).

2. Man erhält die Einheitstafel für F durch Komplementieren jeder Zeile, in der F = 0 ist. Die F - Spalte kann danach weggelassen werden, da F überall 1 ist.

3. Man markiert die wesentlichen 1en durch Umkreisen und eliminiert jede Spalte, die keine wesentliche 1 enthält.

4. Falls ß$_i \subseteq$ß$_j$ ist, eliminiert man die Zeile ß$_j$ (sh. 5). Zwischen Schritt 3 und Schritt 4 kann es Wechsel-

wirkungen derart geben, dass durch die Eliminierung einer Spalte mehrere Zeilen überflüssig werden und umgekehrt. Diese beiden Schritte sollten deshalb so lange wiederholt werden, bis keine weitere Vereinfachung mehr möglich ist.

Die zu realisierende Funktion (Tafel 7) ist widerspruchsfrei, aber nicht selbstdual wie eine Prüfung zeigt (keine Spalte außer F hat beispielsweise in den Zeilen 0 und 15 den Wert 0). Die Funktion wird selbstdual, wenn man sie (nach Schritt 1) um Spalten mit den Variablen $\overline{X2}$, $\overline{X3}$, $\overline{X4}$ und der Konstanten 0 (Z) erweitert (Tafel 8). Komplementieren (nach Schritt 2) ergibt die Einheitstafel (Tafel 9), bei der (nach Schritt 3) die wesentlichen 1en bereits umkreist sind.
Da die Spalten X2 und X3 keine wesentlichen 1en aufweisen, werden sie eliminiert. Danach können die Zeilen 1, 2, 4, 6, 7, 9, 10, 12, 14 und 15 weggelassen werden, denn es gilt (nach Schritt 4):

$ß_{1} \supset ß_{5}$ $ß_{6} \supset ß_{8}$ $ß_{10} \supset ß_{11}$
$ß_{2} \supset ß_{0}$ $ß_{7} \supset ß_{8}$ $ß_{12} \supset ß_{3}$
$ß_{4} \supset ß_{0}$ $ß_{9} \supset ß_{13}$ $ß_{14} \supset ß_{11}$
$ß_{15} \supset ß_{11}$

Eine weitere Vereinfachung ist nicht mehr möglich; die reduzierte Einheitstafel mit den umkreisten we-

	X1	X2	X3	X4	F
0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1
2	0	1	0	0	0
3	1	1	0	0	1
4	0	0	1	0	0
5	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	0
7	1	1	1	0	0
8	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1
10	0	1	0	1	0
11	1	1	0	1	0
12	0	0	1	1	0
13	1	0	1	1	1
14	0	1	1	1	0
15	1	1	1	1	0

Tafel 7

	X1	X2	X3	X4	$\overline{X2}$	$\overline{X3}$	$\overline{X4}$	Z	F
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
2	0	1	0	0	0	1	1	0	0
3	1	1	0	0	0	1	1	0	1
4	0	0	1	0	1	0	1	0	0
5	1	0	1	0	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	0	0	1	0	0
7	1	1	1	0	0	0	1	0	0
8	0	0	0	1	1	1	0	0	1
9	1	0	0	1	1	1	0	0	1
10	0	1	0	1	0	1	0	0	0
11	1	1	0	1	0	1	0	0	0
12	0	0	1	1	1	0	0	0	0
13	1	0	1	1	1	0	0	0	1
14	0	1	1	1	0	0	0	0	0
15	1	1	1	1	0	0	0	0	0

Tafel 8

	X1	X2	X3	X4	$\overline{X2}$	$\overline{X3}$	$\overline{X4}$	Z	F
0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
2	1	0	1	1	1	0	0	1	1
3	1	1	0	0	0	1	1	0	1
4	1	1	0	1	0	1	0	1	1
5	1	0	1	0	1	0	1	0	1
6	1	0	0	1	1	1	0	1	1
7	0	0	0	1	1	1	0	1	1
8	0	0	0	1	1	1	0	0	1
9	1	0	0	1	1	1	0	0	1
10	1	0	1	0	1	0	1	1	1
11	0	0	1	0	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0	1	1	1	1
13	1	0	1	1	1	0	0	0	1
14	1	0	0	0	1	1	1	1	1
15	0	0	0	0	1	1	1	1	1

Tafel 9

		X1	X4	$\overline{X2}$	$\overline{X3}$	$\overline{X4}$	Z
1	0	1	1	0	0	0	1
2	3	1	0	0	1	1	0
3	5	1	0	1	0	1	0
4	8	0	1	1	1	0	0
5	11	0	0	1	0	1	1
6	13	1	1	1	0	0	0

Tafel 10

Auswahl der günstigen Majoritätsschaltglieder

Das folgende Syntheseverfahren ist iterativ und geht von dieser reduzierten Einheitstafel aus. Auf jeder Iterationsstufe wird mit geeigneten Eingangsvariablen eine Majoritätsverknüpfung gebildet und die Spalte, die dieser Verknüpfung entspricht, der reduzierten Einheitstafel zugefügt. Anschließend werden die wesentlichen 1en dieser erweiterten Tafel festgestellt, Zeilen und Spalten, wo möglich, eliminiert und das Verfahren so lange wiederholt, bis nur noch eine einzige Spalte übrigbleibt.

Der Erfolg dieses Vorgehens hängt nur davon ab, welche Majoritätsverknüpfungen nacheinander gebildet werden. Es ist deswegen zweckmäßig, jedesmal das Majoritätsschaltglied mit den Eingangsvariablen aufzubauen, durch dessen Hinzunahme die größte Anzahl anderer Spalten eliminiert wird.
In Tafel 10 könnte natürlich jede Spalte eliminiert werden, wenn sie keine wesentliche 1 enthielte. Ein Majoritätsschaltglied, das eine Spalte (einer Eingangsvariablen) eliminieren soll, muss deswegen in den Zeilen wesentliche 1en besitzen, in denen auch bei der zu eliminierenden Spalte welche stehen.
Betrachtet man beispielsweise die X4 - Spalte in Tafel 10: Welches Majoritätsschaltglied erlaubt es, sie zu eliminieren?
Einer der drei Eingänge muss sicherlich mit X4 selbst beschaltet werden. Das Problem ist nun, die Variablen für die beiden anderen Eingänge zu finden: Wenn ein Majoritätsschaltglied die X4 - Spalte eliminieren soll, muss es eine 1 in der 1. Zeile haben (Tafel 10). Deswegen muss einer der beiden anderen Eingänge entweder mit X1 **oder** mit Z beschaltet werden. Ebenso benötigt man $\overline{X2}$ **oder** $\overline{X3}$ um eine 1 in der 4. Zeile zu erhalten. Die 6. Zeile braucht bei der Elimination der X4 - Spalte nicht betrachtet zu werden, da die 1 der X4 - Spalte nicht wesentlich ist.

Um nun die Eingangskombinationen zu finden, die es erlauben, X4 zu eliminieren, benutzt man folgende Methode:
Da als Eingangsvariable entweder X1 oder Z erscheinen muss, schreibt man $(X1 \vee Z)$ und ebenso $(\overline{X2} \vee \overline{X3})$. Nimmt man die Konjunktion dieser Ausdrücke und rechnet sie aus, so erhält man:
$(X1 \vee Z) \wedge (\overline{X2} \vee \overline{X3}) = X1\overline{X2} \vee X1\overline{X3} \vee \overline{X2}Z \vee \overline{X3}Z$

Jedes dieser Zwei - Variablen - Produkte zeigt ein Eingangspaar an, das zusammen mit X4 als Eingangsbeschaltung eines Majoritätsschaltgliedes erlaubt, die X4 - Spalte zu eliminieren. Die X4 - Spalte kann deswegen durch folgende Majoritätsschaltglieder eliminiert werden:

$m(X1,\overline{X2},X4)$ $\quad$ $m(X1,\overline{X3},X4)$
$m(\overline{X2},X4,Z)$ $\quad$ $m(\overline{X3},X4,Z)$.

Wendet man dieses Verfahren auf die X1 - Spalte an, so erhält man:

$$(X4 \vee Z) \wedge (\overline{X3} \vee \overline{X4}) \wedge (\overline{X2} \vee \overline{X4}) \wedge (X4 \vee \overline{X2})$$
$$= \overline{X2}\,\overline{X3}\,\overline{X4} \vee \overline{X2}\,\overline{X3}\,Z \vee \overline{X2}\,\overline{X4}\,Z$$

Dies sind keine Zwei - Variablen -Produkte, woraus folgt dass es kein Majoritätsschaltglied gibt, mit dem die X1 - Spalte eliminiert werden kann.
Hinweis: Beim Ausrechnen der Produkte sollte man Ausdrücke wie $XZ \vee XY \vee Y\overline{Z}$ nicht mit den Regeln der Booleschen Algebra vereinfachen und zusammenfassen; für dieses Syntheseverfahren benötigt man alle Zwei - Variablen - Produkte.
Fährt man mit dem obigen Verfahren fort und tabelliert die gewonnenen Ergebnisse, so erhält man Tafel 11. Dort sind alle Majoritätsschaltglieder aufgeführt, die eine oder mehrere Spalte(n) (mit * markiert) eliminieren. Keines der Majoritätsschaltglieder eliminiert drei, aber vier Schaltglieder eliminieren zwei Spalten (Variable).

	X1	X4	$\overline{X2}$	$\overline{X3}$	$\overline{X4}$	Z
$m(X1,\overline{X2},X4)$		*				
$m(X1,\overline{X3},X4)$		*		*		
$m(\overline{X2},X4,Z)$		*				*
$m(\overline{X3},X4,Z)$		*				
$m(X1,\overline{X2},\overline{X3})$				*		
$m(\overline{X2},\overline{X3},\overline{X4})$				*	*	
$m(X1,\overline{X2},X4)$					*	
$m(X1,\overline{X4},Z)$					*	*
$m(\overline{X3},\overline{X4},Z)$					*	
$m(X1,\overline{X2},Z)$						*

Tafel 11

	X1	X4	$\overline{X2}$	$\overline{X3}$	$\overline{X4}$	Z	M1
1	1	1	0	0	0	1	1
2	1	0	0	1	1	0	1
3	1	0	1	0	1	0	0
4	0	1	1	1	0	0	1
5	0	0	1	0	1	1	0
6	1	1	1	0	0	0	1

Tafel 12

Aus diesen wählt man willkürlich $m(X1,\overline{X3},X4)$ aus und nennt es M1. Es wird als zusätzliche Spalte der Tafel 12 hinzugefügt, aus der die Spalten X4 und $\overline{X3}$ eliminiert werden.

Nach Schritt 4 ist $ß_6 \supset ß_4$, weswegen auch die 6. Zeile weggelassen wird (Tafel 13), anschließend werden wieder die wesentlichen 1en umkreist und der Prozess wiederholt.

	X1	$\overline{X2}$	$\overline{X4}$	Z	M1
1	1	0	0	1	1
2	1	0	1	0	1
3	1	1	1	0	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	1	1	0

Tafel 13

	X1	$\overline{X2}$	$\overline{X4}$	Z	M1
m (X1,$\overline{X2}$,M1)	*				*
m (X1,$\overline{X4}$,M1)	*				
m (X1,$\overline{X4}$,Z)	*		*	*	
m ($\overline{X2}$,$\overline{X4}$,M1)		*	*		
m (X1,$\overline{X2}$,$\overline{X4}$)			*		
m ($\overline{X4}$,M1,Z)			*	*	
m (X1,$\overline{X2}$,X4)	*			*	
m (X1,$\overline{X2}$,Z)				*	

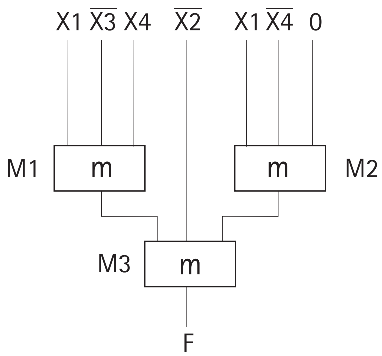
Tafel 14

	$\overline{X2}$	M1	M2
1	0	1	1
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	0
5	1	0	1

Tafel 15

Man findet in Tafel 14, dass es nur ein Majoritätsschaltglied m (X1,$\overline{X4}$,Z) = M2 gibt, dessen Einführung erlaubt, gleich drei Spalten (X1,$\overline{X4}$ und Z) zu eliminieren (Tafel 15).

Die Tafel 15 braucht nicht weiter vereinfacht zu werden, denn natürlich ist nun die gesuchte Funktion F = M3 = m ($\overline{X2}$,M1,M2). Die Abbildung zeigt die endgültige Realisierung mit drei Majoritätsschaltgliedern. Hätte man jeweils einen Eingang der Majoritätsschaltglieder mit 0 bzw. 1 festgelegt., und sie als UND - bzw. ODER - Schaltglieder benutzt, so wären mindestens sechs erforderlich gewesen, wie man leicht nachprüfen kann.



Synthesebeispiel 5 - Eingangs - Majoritätsschaltglied

Bei komplexeren Problemen kann es vorkommen, dass keine der Eingangsvariablen durch nur ein einziges Majoritätsschaltglied eliminiert werden kann. In diesem Fall baut man probeweise alle möglichen Majoritätsschaltglieder auf und wählt dasjenige aus, welches zu der reduzierten Einheitstafel hinzugefügt, die meisten wesentlichen 1en aus ihr eliminiert.

Ein Beispiel soll dieses Vorgehen verdeutlichen. Gesucht ist ein Netzwerk aus 3 -Eingangs - Majoritätsschaltgliedern, das das Verhalten eines 5 - Eingangs - Majoritätsschaltgliedes besitzt.

Tafel 16 ist die bereits reduzierte Einheitstafel mit den umkreisten wesentlichen 1en. Die Tafel enthält keine Spalte mit Konstanten oder den Komplementen der Variablen, da die ursprüngliche Funktion bereits logisch passiv selbstdual ist.

Versucht man beispielsweise Spalte XI zu eliminieren, so erhält man:

$(X2 \vee X3) \wedge (X2 \vee X4) \wedge (X2 \vee X5) \wedge (X3 \vee X4) \wedge (X3 \vee X5) \wedge (X4 \vee X5)$
$= X2X3X4 \vee X2X3X5 \vee X2X4X5 \vee X3X4X5$

Allle Produkte bestehen aus drei Variablen, es gibt offensichtlich kein Majoritätsschaltglied, dessen Hinzunahme es erlauben würde, Spalte X1 zu elimi-

	X1	X2	X3	X4	X5
1	1	1	1	0	0
2	1	1	0	1	0
3	1	1	0	0	1
4	1	0	1	1	0
5	1	0	1	0	1
6	1	0	0	1	1
7	0	1	1	1	0
8	0	1	1	0	1
9	0	1	0	1	1
10	0	0	1	1	1

Tafel 16

	X1	X2	X3	X4	X5	M1
1	1	1	1	0	0	1
2	1	1	0	1	0	1
3	1	1	0	0	1	1
4	1	0	1	1	0	1
5	1	0	1	0	1	1
6	1	0	0	1	1	0
7	0	1	1	1	0	0
8	0	1	1	0	1	1
9	0	1	0	1	1	0
10	0	0	1	1	1	0

Tafel 17

	X1	X2	X3	X4	X5	M1
m (X1,X2,X4)	*	*				
m (X1,X2,X5)	*	*				
m (X1,X3,X4)	*		*			
m (X1,X3,X5)	*		*			
m (X1,X4,M1)	*					*
m (X1,X5,M1)	*					*
m (X2,X3,X4)		*	*			
m (X2,X3,X5)		*	*			
m (X2,X4,M1)		*				*
m (X2,X5,M1)		*				*
m (X3,X4,M1)			*			*
m (X3,X5,M1)			*			*
m (X4,X5,M1)				*	*	*

Tafel 18

nieren. Aus Symmetriegründen gilt das gleiche auch für die anderen vier Variablen.
Man baut nun versuchsweise das Majoritätsschaltglied m (X1,X2,X3) auf. Es hat 1en in allen außer de r 6., 9. und 10. Zeile und entfernt alle außer drei der wesentlichen 1en aus der X1, X2 und X3 Spalte. Aus Symmetriegründen gilt in diesem speziellen Beispiel wieder das gleiche für jedes andere Majoritätsschaltglied. Fügt man M1 der Tafel zu und umkreist wieder die wesentlichen 1en, so erhält man Tafel 17. Obwohl keine Spalte eliminiert worden ist, sind aus den Spalten X1, X2 und X3 zwölf wesentliche 1en verschwunden. Eine Anzahl von Majoritätsschaltgliedern kann jetzt eine oder mehrere Spalten eliminieren. Tafel 18 ist die vollständige Liste.

Es ist hierbei zu beachten, dass die Spalte M1 - weil sie keine wesentlichen 1en enthält - automatisch von jedem Majoritätsschaltglied eliminiert wird, bei der M1 als Eingangsvariable auftritt. Zwölf Majoritätsschaltglieder erlauben es, jeweils zwei Spalten zu eliminieren, das 13. Glied m (X4,X5,M1) eliminiert drei. Dieses Glied soll M2 heißen und wird der Tafel 17 hinzugefügt. Dafür fallen die Spalten

	X1	X2	X3	M2
1	1	1	1	0
2	1	1	0	1
3	1	1	0	1
4	1	0	1	1
5	1	0	1	1
6	1	0	0	1
7	0	1	1	1
8	0	1	1	1
9	0	1	0	1
10	0	0	1	1

Tafel 19

		X1	X2	X3	M2
1	1	1	1	1	0
2	6	1	0	0	1
3	9	0	1	0	1
4	10	0	0	1	1

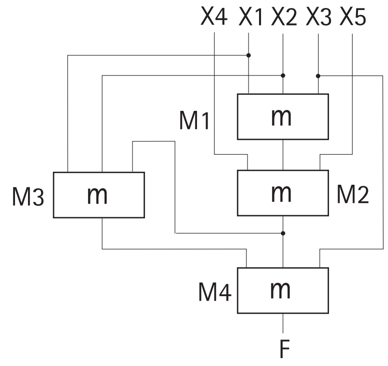
Tafel 20

	X1	X2	X3	M2
m (X1,X2,M2)	*	*		
m (X1,X3,M2)	*		*	
m (X2,X3,M2)		*	*	

Tafel 21

	X3	M2	M3
1	1	0	1
2	0	1	1
3	0	1	1
4	1	1	0

Tafel 22



X4, X5 und M1 weg (Tafel 21). Diese Tafel lässt sich weiter vereinfachen. Es ist nämlich

$\beta_4 \supset \beta_{10}$ $\beta_8 \supset \beta_{10}$ $\beta_5 \supset \beta_{10}$

$\beta_2 \supset \beta_9$ $\beta_7 \supset \beta_{10}$ $\beta_3 \supset \beta_9$

Die 2. bis 5. sowie die 7. und 8. Zeile werden dadurch eliminiert. In der vereinfachten Tafel 20 sind bereits die wesentlichen 1en umkreist.

Es wird jetzt wie im ersten Beispiel weiter verfahren. Jeweils zwei Spalten können durch die in Tafel 21 angegebenen Majoritätsschaltglieder eliminiert werden. Wählt man willkürlich das erste und nennt es M3 = m (X1,X2,M2), so fallen die Spalten X1 und X2 fort.

Die verbleibenden Spalten X3, M2 und M3 (Tafel 22) werden natürlich durch ein Majoritätsschaltglied M4 zusammengefasst, dessen Ausgang die gewünschte Funktion F = m (X1,X2,X3,X4,X5) abgibt.

Literatur

[1] Akers, S.B. & Robbins, T.C.: Logical Design with Three-Input Majority Gates, part 1- 4, Computer Design vol. 2; No. 3, March 63, pp 12 -19; No. 4, April 63, pp. 20 -23; No. 5, May 63, pp. 16 -23; No. 6, June 63, pp 20-27

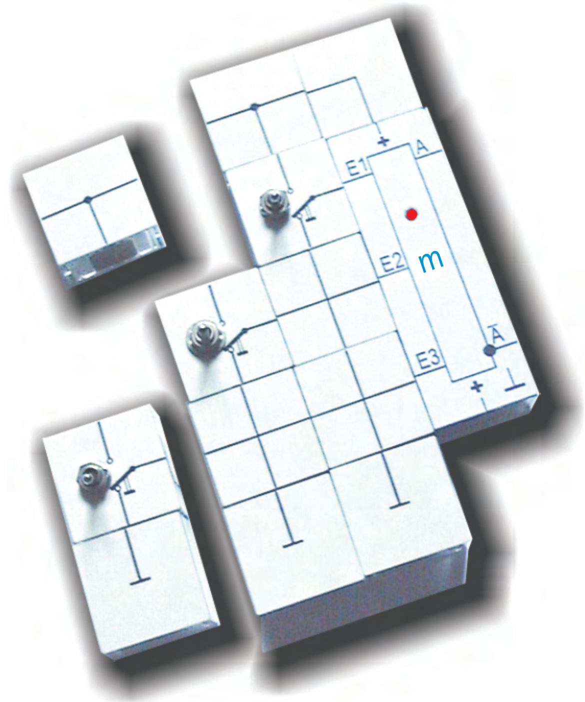
[2] Negrin, A.E.: Synthesis of Practical Three-Input Majority Logic Network
IRE Trans. on Electronic Computers
vol. EC -13 (3), June 1964, pp. 296 - 299

[3] Akers, S.B.: A Truth Table Method for the Synthesis of Combinational Logic
IRE Trans. on Electronic Computers,
vol. EC-10, Dec. 1961, pp. 604 - 615

Bauteile

Lectron

Verbindung Gerade	16
Verbindung Winkel	22
Verbindung Kreuzung, verbunden	1
Verbindung Kreuzung, isoliert	28
Verbindung dreifach, Gerade	6
Batterie-Baustein	1
Widerstand 270 Ohm	2
Widerstand 2,2 kOhm	1
Widerstand 10 kOhm	1
Widerstand 20 kOhm	2
Schottky Diode	1
OR/NOR- Verknüpfungsbaustein	2
Polwender	1
D- Flipflop	1
Umschalter SKS I K, 1UM	5
Operationsverstärker	2
3-Eingangs-Majoritätsbaustein	6
5-Eingangs-Majoritätsbaustein	4
Koinzidenzflipflop	3
Inverter	4
Anleitung »Schwellwert- & Majoritätslogik«	1
Zubehör	



Autor:
Gerd Kopperschmidt

Herausgeber
Reha Werkstatt Oberrad
Lectron
Buchrainstraße 18
60599 Frankfurt
Tel.: +49 (0)69 90 50 12 82
Fax: +49 (0)69 90 50 12 83
Email: lectron@frankfurter-verein.de
www.lectron.de